

ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ФИЗИКЕ**

для студентов заочного отделения факультета механизации сельского хозяйства.

Оренбург - 2004

ББК 22.3  
С 24  
УДК 53

Одобрено и рекомендовано к печати методической комиссией факультета  
механизации С/Х. Протокол №2 от 10.01.04.

Составители: Т.Г. Свиридова  
С.А. Ишкаева  
Рецензент: проф. д.т.н. В.Г. Петько

Учебное пособие содержит формулы и примеры решения задач по основным  
разделам физики, контрольные задания, справочные материалы. Книга  
предназначена для студентов-заочников инженерных специальностей ОГАУ.

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

### Основные формулы

Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твёрдого тела) вдоль оси  $X$ :

$$x=f(t),$$

где  $f(t)$  – некоторая функция времени.

Средняя скорость:  $\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ .

Средняя путевая скорость:  $\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ ,

где  $\Delta S$  – путь, пройденный точкой за интервал времени  $\Delta t$ . Путь  $\Delta S$  в отличие от разности координат  $\Delta x = x_2 - x_1$  не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е.  $\Delta S \geq 0$ .

Мгновенная скорость:  $v_x = \frac{dx}{dt}$ .

Среднее ускорение:  $\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ .

Мгновенное ускорение:  $a(x) = \frac{dv_x}{dt}$ .

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности:

$$\varphi=f(t), r=R=const.$$

Угловая скорость:  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ .

Угловое ускорение:  $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ .

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности:

$$v = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

где  $v$  – линейная скорость;

$a_\tau$  и  $a_n$  – тангенциальное и нормальное ускорения;

$\omega$  – угловая скорость;

$\varepsilon$  – угловое ускорение;

$R$  – радиус окружности.

Полное ускорение:  $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$  или  $a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$ .

Угол между полным  $a$  и нормальным  $a_n$  ускорениями:  $\alpha = \arccos(a_n/a)$ .

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$x=A\cos(\omega t+\varphi),$$

где  $x$  – смещение;

$A$  – амплитуда колебаний;

$\omega$  – круговая или циклическая частота;

$\varphi$  – начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:  $v = -A\omega \sin(\omega t+\varphi)$ ,  $a = -A\omega^2 \cos(\omega t+\varphi)$ .

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

1. Амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} .$$

2. Начальная фаза результирующего колебания:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} .$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях ( $x=A_1\cos\omega t$ ,  $y=A_2\cos(\omega t+\varphi)$ ):

a.  $y=(A_2/A_1)x$  (если разность фаз  $\varphi=0$ );

b.  $y=-(A_2/A_1)x$  (если разность фаз  $\varphi=\pm\pi$ );

c.  $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$  (если разность фаз  $\varphi=\pm\pi/2$ ).

Уравнение плоской бегущей волны:  $y=A\cos\omega(t-x/v)$ ,

где  $y$  – смещение любой из точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;

$v$  – скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз  $\Delta\varphi$  колебаний с расстоянием  $\Delta x$  между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:  $\Delta\varphi=(2\pi/\lambda)\Delta x$ ,

где  $\lambda$  – длина волны.

Импульс материальной точки массой  $m$ , движущейся поступательно со скоростью  $\vec{v}$  :

$$\vec{P}=m\vec{v} .$$

Второй закон Ньютона:

$$d\vec{P}=\vec{F} dt,$$

где  $\vec{F}$  – сила, действующая на тело.

Силы, рассматриваемые в механике:

a) сила упругости:  $F=-kx$ ,

где  $k$  – коэффициент упругости (в случае пружины – жёсткость),

$x$  – абсолютная деформация;

b) сила тяжести:  $P=mg$

c) сила гравитационного взаимодействия:  $F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$  ,

где  $G$  – гравитационная постоянная;

$m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел;

$r$  – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

d) сила трения (скольжения):  $F=fN$ ,

где  $f$  – коэффициент трения;

$N$  – сила нормального давления,

Закон сохранения импульса:  $\sum_{i=1}^N \vec{P}_i = \text{const}$

или для двух тел ( $i=2$ ):

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{U}_1 + m_2\vec{U}_2 .$$

где  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  – скорости тел в момент времени, принятый за начальный;

$\vec{U}_1$  и  $\vec{U}_2$  – скорость тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$T=m v^2/2, \text{ или } T=p^2/(2m).$$

Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины:

$$П = \frac{kx^2}{2},$$

где  $k$  – жёсткость пружины;

$x$  – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия:

$$П = -Gm_1m_2/r,$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;

$m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел;

$r$  – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);

с) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$П = mgh,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;

$h$  – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии  $h \ll R$ , где  $R$  – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии:

$$E = T + П = const.$$

Работа  $A$ , совершаемая внешними силами, определяется как мера изменения энергии системы:  $A = \Delta E = E_2 - E_1$ ,  $A = FScos\alpha$ , ( $F = const$ );  $A = \int_1^2 FdS$ , ( $F \neq const$ ).

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси  $z$ :

$$\vec{M}_z = J_z \vec{\varepsilon},$$

где  $M_z$  – результирующий момент внешних сил относительно оси  $z$ ;

$\varepsilon$  – угловое ускорение;

$J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $z$ .

Момент инерции некоторых тел массой  $m$  относительно оси  $z$ , проходящий через центр масс:

а) стержень длиной  $l$  относительно оси, перпендикулярной стержню:

$$J_z = \frac{1}{12}ml^2;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра):

$$J_z = mR^2,$$

где  $R$  – радиус обруча (цилиндра);

с) диска радиусом  $R$  относительно оси, перпендикулярной плоскости диска:

$$J_z = \frac{1}{2}mR^2.$$

Момент импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси  $z$ :

$$\vec{L}_z = J_z \vec{\omega},$$

где  $\omega$  – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси:  $J_1 \bar{\omega}_1 = J_2 \bar{\omega}_2$ ,

где  $J_1 \bar{\omega}_1$  и  $J_2 \bar{\omega}_2$  – момент  $n$  инерции системы сил и угловые скорости вращения в момент  $n$  времени, принятые за начальный и конечный.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси  $z$ :

$$T = \frac{1}{2}J_z \omega^2 \text{ или } T = \frac{L_z^2}{2J_z}.$$

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**ПРИМЕР №1.** Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид  $x=A+Bt+Ct^3$ , где  $A=2\text{м}$ ,  $B=1\text{м/с}$ ,  $C=-0,5\text{м/с}^3$ .

Найти координату  $x$ , скорость и ускорение точки в момент времени  $t=2\text{с}$ .

**РЕШЕНИЕ.** Координату  $x$  найдём, поставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов  $A, B$  и  $C$  и времени  $t$ :

$$x=(2+1\cdot 2-0,5\cdot 2^3)\text{м}=0.$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение точки найдём, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 6Ct.$$

В момент времени  $t=2\text{с}$ :

$$v = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2)\text{м/с} = -5\text{м/с},$$

$$a = 6 \cdot (-0,5) \cdot 2\text{м/с}^2 = -6\text{м/с}^2.$$

**ПРИМЕР №2.** Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi=A+Bt+Ct^2$ , где  $A=10\text{ рад}$ ,  $B=20\text{ рад/с}$ ,  $C=-2\text{ рад/с}^2$ .

Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии  $r=0,1\text{м}$  от оси вращения для момента времени  $t=4\text{с}$ .

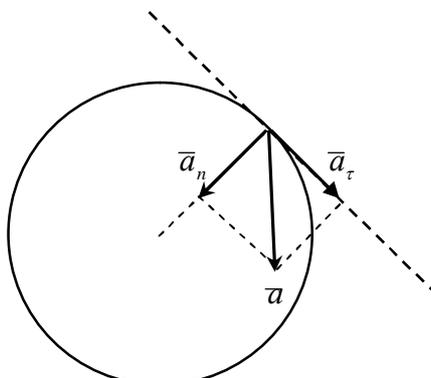


Рис. 1

**РЕШЕНИЕ.** Полное ускорение  $\vec{a}$  точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения  $\vec{a}_\tau$ , направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения  $\vec{a}_n$ , направленного к центру кривизны траектории (рис.1):  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$

Так как векторы  $a_\tau$  и  $a_n$  взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорение точки вращающегося тела выражается формулами:

$$a_\tau = \varepsilon r, \quad a_n = \omega^2 r, \quad (2)$$

где  $\omega$  – угловая скорость тела,

$\varepsilon$  – его угловое ускорение.

Подставляя выражения  $a_\tau$  и  $a_n$  в формулу (1), находим:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (3)$$

Угловую скорость  $\omega$  найдём, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = d\varphi/dt = B + 2Ct.$$

В момент времени  $t = 4c$  угловая скорость

$$\omega = [20 + 2(-2)4] \text{ рад/с}.$$

Угловое ускорение найдём, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = d\omega/dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Подставляя значения  $\omega$ ,  $\varepsilon$  и  $r$  в формулу (2), получаем:

$$a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^2} \text{ м/с}^2 = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

**ПРИМЕР №3.** Какую мощность развивает двигатель автомобиля массой 1т, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью 36 км/ч:

1. по горизонтальной дороге,
2. в гору с уклоном 5м на каждые 100м пути,
3. под гору с тем же уклоном.

Коэффициент трения равен 0,07.

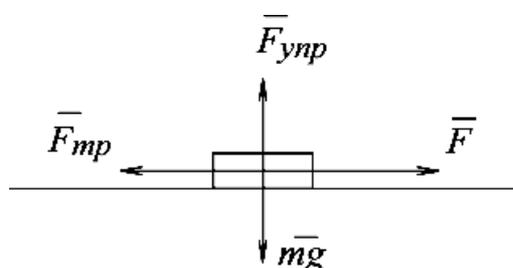


Рис.2

**РЕШЕНИЕ.** Мощность, развиваемая двигателем автомобиля, связана со скоростью движения автомобиля соотношением  $N = Fv$ , где  $F$  – сила тяги, развиваемая двигателем автомобиля;  $v$  – скорость движения. Следовательно, решение задачи сводится к определению силы тяги в каждом из трёх случаев.

1) Сила тяжести  $mg$  и сила реакции опоры  $F_{ynp}$  уравнивают друг друга. По второму закону Ньютона  $ma = F - F_{тр}$ . Т.к. автомобиль движется с постоянной скоростью  $a = 0$  и, следовательно,  $F = F_{тр} = \mu mg$ .

Тогда

$$N = \mu \cdot mgv$$

$$m = 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$v = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$$

$$N = 0,07 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 10 = 6,9 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 6,9 \text{ кВт}.$$

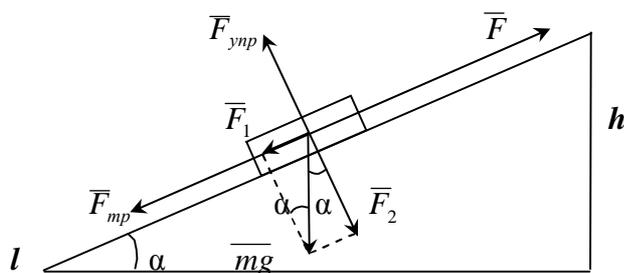


Рис.3

2) При движении в гору автомобилю приходится преодолевать силу трения и составляющую силы тяжести  $F_1$ , параллельную пути:

$$F = F_{тр} + F_1, \quad F_{тр} = \mu F_2 = \mu mg \cos \alpha, \quad F_1 = mg \sin \alpha.$$

Таким образом, сила тяги  $F = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$  или  $F = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$ .

Учитывая, что  $\sin \alpha = h/l = 0,05$  и  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx 1$ ,

получим

$$F = 10^3 \cdot 9,8 \cdot (0,07 + 0,05) = 1,98 \text{ кН},$$

$$N = F \cdot v = 1,98 \cdot 10^3 \cdot 10 = 19,8 \cdot 10^3 = 19,8 \text{ кВт}.$$

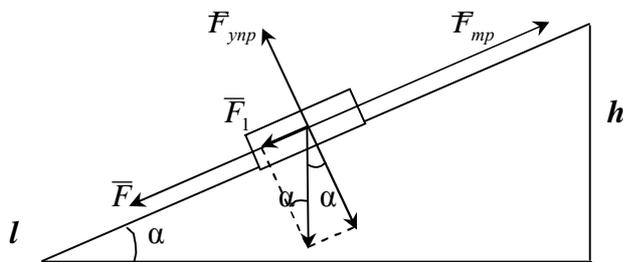


Рис. 4

3) При равномерном движении автомобиля под гору сила трения должна уравнивать силу тяги и составляющую силу тяжести, параллельную пути:

$$F + F_1 = F_{\text{тр}} \quad F = F_{\text{тр}} - F_1$$

Если сила трения меньше  $F_1$ , то  $F < 0$ . Это означает, что для осуществления равномерного движения автомобиля под гору необходимо приложить задерживающую (тормозную) силу, направленную вверх вдоль наклонной плоскости.

$$F_1 = mgs \sin \alpha = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,05 = 490 \text{ Н}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha = 0,07 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 1 = 686 \text{ Н}$$

$$F = F_{\text{тр}} - F_1 = 686 - 490 = 196 \text{ Н}$$

$$N = F \cdot v = 196 \cdot 10 = 1,96 \text{ кВт}$$

**ПРИМЕР №4.** При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой  $m = 20 \text{ г}$  поднялась на высоту  $h = 5 \text{ м}$ . Определить  $k$  жёсткость пружины пистолета, если она была сжата на  $x = 10 \text{ см}$ . Массой пружины пренебречь.

**РЕШЕНИЕ.** Система пуля-Земля (вместе с пистолетом) является замкнутой системой, в которой действуют консервативные силы, – силы упругости и силы тяготения. Поэтому для решения задачи можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно ему, полная механическая энергия  $E_1$  системы в начальном состоянии (в данном случае перед выстрелом) равна полной энергии  $E_2$  в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту  $h$ ), т.е.

$$E_1 = E_2 \quad \text{или} \quad T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

где  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  – кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях.

Т.к. кинетические энергии пули в начальном и конечном состояниях равны нулю, то равенство (1) примет вид:  $\Pi_1 = \Pi_2$ . (2)

Если потенциальную энергию в поле сил тяготения Земли на её поверхности принять равной нулю, то энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины:

$$\Pi_1 = 1/2 kx^2,$$

а в конечном состоянии – потенциальной энергии пули на высоте  $h$ :

$$\Pi_2 = mgh.$$

Подставив выражения  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в формулу (2), найдём:

$$1/2 kx^2 = mgh \quad \text{откуда} \quad k = 2mgh/x^2. \quad (3)$$

Проверим, даст ли полученная формула единицу жёсткости  $k$ . Для этого в первую часть формулы (3) вместо величин подставим их единицы:

$$\frac{[m][g][h]}{[x]^2} = \frac{1\text{кг} \cdot 1\text{мс}^{-2} \cdot 1\text{м}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{1\text{м}} = 1\text{Н/м}.$$

Убедившись, что полученная единица является единицей жёсткости (1Н/м), подставим в формулу (3) значения величин и произведём вычисления:

$$k = 2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5 / (0,1)^2 \text{ Н/м} = 196 \text{ Н/м}.$$

**ПРИМЕР №5.** Шар массой  $m_1$ , движущийся горизонтально с некоторой скоростью  $v_1$ , столкнулся с неподвижным шаром массой  $m_2$ . Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю в своей кинетической энергии первый шар передал второму?

**РЕШЕНИЕ.** Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$E = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 U_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{U_2}{v_1} \right)^2, \quad (1)$$

где  $T_1$  – кинетическая энергия первого шара до удара;

$U_2$  и  $T_2$  – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1), для определения  $E$  надо найти  $U_2$ . При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются законы сохранения импульса и механической энергии. Пользуясь этими законами, найдём:

$$m_1 v_1 = m_1 U_1 + m_2 U_2; \quad (2)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}. \quad (3)$$

Решим совместно уравнения (2) и (3):

$$U_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив это выражение в формулу (1) и сократив на  $v_1$  и  $m_1$ , получим:

$$E = \frac{m_2}{m_1} \left[ \frac{2m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из найденного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменять местами.

**ПРИМЕР №6.** Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу  $m = 80\text{г}$  (рис.5), перекинута тонкая гибкая нить к концам которой подвешены грузы с массами  $m_1 = 100\text{г}$  и  $m_2 = 200\text{г}$ . Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

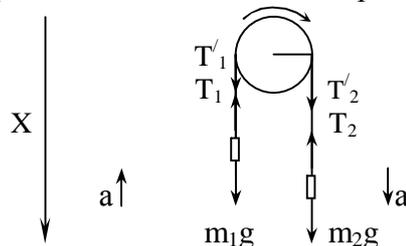


Рис.5

**РЕШЕНИЕ.** Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движения. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: сила тяжести  $m_1g$  и силы упругости (сила натяжения нити)  $T_1$ . Спроецируем эти силы на ось  $x$ , которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона):

$$m_1g - T_1 = -m_1a. \quad (1)$$

Уравнение движения для второго груза:

$$m_2g - T_2 = m_2a. \quad (2)$$

Под действием двух моментов сил  $T_1r$  и  $T_2r$  относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает угловое ускорение  $\varepsilon$ . Согласно основному уравнению динамики вращательного движения:

$$T_2r - T_1r = J_z \varepsilon, \quad (3)$$

где  $\varepsilon = a/r$ ,

$J_z = 1/2mr^2$  – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси  $z$ .

Согласно третьему закону Ньютона,  $T_1 = T_1'$ ,  $T_2 = T_2'$ . Воспользуемся этим, подставив в уравнение (3) вместо  $T_1'$  и  $T_2'$  выражения  $T_1$  и  $T_2$ , получив их предварительно из уравнений (1) и (2):

$$(m_2g - m_2a)r - (m_1g + m_1a)r = mr^2 a / (2r).$$

После сокращения на  $r$  и перегруппировки членов найдём:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} g. \quad (4)$$

Отношение масс в правой части формулы (4) есть величина безмерная. Поэтому массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m$  можно выразить в граммах, как они даны в условии задачи. Ускорение  $g$  надо выразить в единицах СИ. После подстановки получим:

$$a = [(200 - 100)g / (200 + 100 + 80/2)g] \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

## ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Идеальные газы подчиняются уравнению состояния Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

где  $p$  – давление газа;

$V$  – его объём;

$T$  – термодинамическая температура;

$m$  – масса газа;

$M$  – молярная масса газа;

$R=8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$  – газовая постоянная;

отношение  $\nu = \frac{m}{\mu}$  даёт количество газа.

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений, т.е. тех давлений, которые имел бы каждый из газов в отдельности, если бы он при данной температуре один заполнял весь объём.

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n.$$

Основное уравнение кинетической теории газов имеет вид:

$$P = \frac{2}{3} n \bar{W}_0 = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \bar{v}^2}{2},$$

где  $n$  – число молекул в единице объёма;

$\bar{W}_0$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы;

$m_0$  – масса молекулы;

$\sqrt{\bar{v}^2}$  – средняя квадратичная скорость молекулы.

Эти величины определяются следующими формулами: число молекул в единице объёма:

$$n = P/kT,$$

где  $k=R/N_A = 1,3800662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{к}$  – постоянная Больцмана;

$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  – постоянная Авогадро.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы:

$$\bar{W}_0 = 3/2 kT.$$

Средняя квадратичная скорость молекул%

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия) газа:

$$W = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RT,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул.

Связь между молярной  $C$  и удельной  $c$  теплоёмкостями следует из их определения:

$$C = M \cdot c.$$

Молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме:

$$C_V = \frac{i}{2} R.$$

Молярная масса при постоянном давлении:  $C_P = C_V + R$ .

Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n},$$

где  $\bar{v}$  – средняя арифметическая скорость;

$z$  – среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени;

$\sigma$  – эффективный диаметр молекулы;

$n$  – число молекул в единице объёма (концентрация молекул).

Общее число столкновений всех молекул в единице объёма за единицу времени:

$$Z = zn/2.$$

Масса, перенесенная за время  $\Delta t$  при диффузии:

$$m = -D \frac{\Delta\rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где  $\Delta\rho/\Delta x$  – градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке  $\Delta S$ ;

$D = \frac{v\lambda}{3}$  – коэффициент диффузии ( $v$  – средняя арифметическая скорость,

$\lambda$  – средняя длина свободного пробега молекул).

Импульс, перенесённый газом за время  $\Delta t$ , определяет силу внутреннего трения

$F_{mp}$  в газе:

$$F_{mp} = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta x} \Delta S,$$

где  $\Delta v/\Delta x$  – градиент скорости течения газа в направлении, перпендикулярном к площадке  $\Delta S$ ;

$\eta = \frac{v\lambda}{3} \rho$  – динамическая вязкость.

Количество теплоты, перенесённой за время  $\Delta t$  вследствие теплопроводности, определяется формулой:

$$Q = -K \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где  $\Delta T/\Delta x$  – градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке  $\Delta S$ ,

$K = \frac{v\lambda}{3} c_v \rho$  – теплопроводность.

Первое начало термодинамики может быть записано в виде:

$$dQ = dU + dA,$$

где  $dQ$  – количество теплоты, полученное газом;

$dU$  – изменение внутренней энергии газа;

$dA = pdV$  – работа, совершаемая газом при изменении его объёма.

Изменение внутренней энергии газа:

$$dU = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R dT,$$

где  $dT$  – изменение температуры.

Полная работа, совершаемая при изменении объёма газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV .$$

Работа, совершаемая при изотермическом изменении объёма газа:

$$A_{\text{из}} = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1} .$$

Давление газа и его объём связаны при адиабатическом процессе уравнением Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}, \text{ т.е. } \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma ,$$

где показатель адиабаты  $\gamma = c_p/c_v$ . Уравнение Пуассона может быть записано ещё в таком виде:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \text{ т.е. } \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

или

$$T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}, \text{ т.е. } \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} .$$

Работа, совершаемая при адиабатическом изменении объёма газа, может быть найдена по формуле:

$$A_{\text{ад}} = \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{\mu} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\gamma-1) T_1} ,$$

где  $p_1$  и  $V_1$  – давление и объём газа при температуре  $T_1$ .

Уравнение политропического процесса имеет вид:

$$pV^n = \text{const} \text{ или } p_1 V_1^n = p_2 V_2^n ,$$

где  $n$  – показатель политропы ( $1 < n < \gamma$ )

Коэффициент полезного действия (кпд) тепловой машины:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} ,$$

где  $Q_1$  – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя;

$Q_2$  – количество теплоты, отданное холодильнику. Для идеального цикла Карно:

$$\eta_{\text{max}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} ,$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – термодинамические температуры нагревателя и холодильника.

Разность энтропии  $S_B - S_A$  двух состояний  $B$  и  $A$  определяется формулой:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T} .$$

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**ПРИМЕР №1.** Определить число  $N$  молекул, содержащихся в объёме  $V=1\text{мм}^3$  воды, и массу  $m_1$  молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр  $d$  молекулы.

**РЕШЕНИЕ.** Число  $N$  молекул, содержащихся в некоторой системе массой  $m$ , равно произведению постоянной Авогадро  $N_A$  на количество вещества  $\nu$ :

$$N = \nu N_A. \quad (1)$$

Так как  $\nu = m/M$ , где  $M$  – молярная масса, то  $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$ .

Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объём  $V$ , получим:

$$N = \rho V N_A / M.$$

Произведём вычисления, учитывая, что  $M = 18 \cdot 10^{-3} \text{кг/моль}$ :

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул}.$$

Массу  $m_1$  одной молекулы можно найти по формуле:

$$m_1 = M / N_A. \quad (2)$$

Подставив в (2) значения  $M$  и  $N_A$ , найдём массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{M}{N_A} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объём (кубическая ячейка)  $V_1 = d^3$ , где  $d$  – диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (3)$$

Объём  $V_1$  найдём, разделив молярный объём  $V_\mu$  на число молекул в моле, т.е. на  $N_A$ :

$$V_1 = V_\mu / N_A. \quad (4)$$

Подставив выражение (4) и (3)

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_\mu}{N_A}}, \quad (5)$$

где  $V_\mu = M/\rho$  Тогда

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}.$$

Проверим, даст ли правая часть выражения (5) единицу длины:

$$\left( \frac{[M]}{[\rho][N_A]} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{1\text{кг}/\text{моль}}{1\text{кг}/\text{м}^3 \cdot 1\text{моль}^{-1}} \right)^{\frac{1}{3}} = 1\text{м}.$$

Произведём вычисления:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} \text{ м} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

**ПРИМЕР №2.** В баллоне объёмом  $V=10\text{л}$  находится гелий под давлением  $P_1=1\text{МПа}$  и при температуре  $T_1=300\text{К}$ . После того, как из баллона было взято  $m=10\text{г}$  гелия, температура в баллоне понизилась до температуры  $T_2=290\text{К}$ . Определить давление  $P_2$  гелия, оставшегося в баллоне.

**РЕШЕНИЕ.** Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$P_2V = \frac{m_2}{M} RT_2, \quad (1)$$

где  $m_2$  – масса гелия в баллоне в конечном состоянии;

$M$  – молярная масса гелия;

$R$  – молярная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление:

$$P_2 = \frac{m_2 RT_2}{MV}. \quad (2)$$

Массу  $m_2$  гелия выразим через массу  $m_1$ , соответствующую начальному состоянию, и массу  $m$  гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (3)$$

Массу  $m_1$  гелия найдём также из уравнения Менделеева–Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \frac{MP_1V}{RT_1}. \quad (4)$$

Подставив выражение массы  $m_1$  в (3), а затем выражение  $m_2$  в (2), найдём

$$P_2 = \left( \frac{MP_1V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{MV} \quad \text{или} \quad P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

Проверим, даст ли формула (5) единицу давления. Для этого в её правую часть вместо символов величин подставим их единицы. В правой части формулы два слагаемых. Очевидно, что первое из них даст единицу давления, т.к. состоит из двух множителей, первый из которых  $(T_2/T_1)$  – безразмерный, а второй – давление. Проверим второе слагаемое:

$$\frac{[m][R][T]}{[M][V]} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{\text{кг/моль} \cdot \text{м}^3} = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Паскаль является единицей давления. Произведём вычисления по формуле (5), учитывая, что  $M=4 \cdot 10^{-3} \text{кг/моль}$ .

$$P_2 = \left( \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{Па} = 0,364 \text{МПа}.$$

**ПРИМЕР №3.** Баллон содержит  $m_1=80\text{г}$  кислорода и  $m_2=320\text{г}$  аргона. Давление смеси  $P=1\text{МПа}$ , температура  $T=300\text{К}$ . Принимая данные газы за идеальные, определить объём баллона.

**РЕШЕНИЕ.** По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси.

По уравнению Менделеева–Клапейрона парциальные давления  $P_1$  кислорода и  $P_2$  аргона выражаются формулами:

$$P_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V}, \quad P_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V}.$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов

$$P = P_1 + P_2, \quad \text{или} \quad P = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}.$$

Откуда объём баллона

$$V = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{P}.$$

Произведём вычисления, учитывая, что  $M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ ,  $M_2 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ :

$$V = \left( \frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 300}{10^5} \text{ м}^3 = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$$

**ПРИМЕР №4.** Найти среднюю кинетическую энергию  $\bar{E}_{\text{вращ}}$  вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре  $T = 350 \text{ К}$ , а также кинетическую энергию  $E_k$  вращательного движения всех молекул кислорода массой  $m = 4 \text{ г}$ .

**РЕШЕНИЕ.** На каждую степень свободы молекул газа приходится одинаковая средняя энергия  $\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода – двухатомная) соответствует две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\bar{E}_{\text{вращ}} = 2 \cdot \frac{1}{2} kT = kT. \quad (1)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_k = \bar{E}_{\text{вращ}} N. \quad (2)$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A \nu, \quad (3)$$

где  $N_A$  – постоянная Авогадро;

$\nu$  – количество вещества.

Если учесть, что количество вещества  $\nu = m/M$ , где  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса газа, то формула (3) примет вид:

$$N = N_A m / M.$$

Подставив выражение  $N$  в формулу (2), получаем:

$$E_k = \frac{N_A m \bar{E}_{\text{вращ}}}{M}. \quad (4)$$

Произведём вычисления, учитывая, что для кислорода  $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ :

$$E_{\text{вращ}} = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 \text{ Дж} = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

$$E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 364 \text{ Дж}.$$

**ПРИМЕР №5.** Вычислить удельные теплоёмкости при постоянном объёме  $C_v$  и при постоянном давлении  $C_p$  неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

**РЕШЕНИЕ.** Удельные теплоёмкости идеальных газов выражаются формулами:

$$C_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M} \quad (1)$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (2)$$

где  $i$  – число степеней молекулы газа;

$M$  – молярная масса.

Для неона (одноатомный газ)  $i = 3$  и  $M = 20 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

Произведём вычисления:

$$C_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} = 6,24 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)};$$

$$C_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} = 10,4 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Для водорода (двухатомный газ)  $i = 5$  и  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

Тогда

$$C_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} = 1,04 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)};$$

$$C_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} = 1,46 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

**ПРИМЕР №6.** Вычислить удельные теплоёмкости  $C_v$  и  $C_p$  смеси неона и водорода, если массовые доли неона и водорода составляют  $\omega_1 = 80\%$  и  $\omega_2 = 20\%$ . Значения удельных теплоёмкостей газов взять из предыдущего примера.

**РЕШЕНИЕ.** Удельную теплоёмкость  $C_v$  смеси при постоянном объёме найдём следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на  $\Delta T$ , выразим двумя способами:  $Q = C_v(m_1 + m_2)\Delta T$  ; (1)

$$Q = (C_{v,1}m_1 + C_{v,2}m_2)\Delta T, \quad (2)$$

где  $C_{v,1}$  – удельная теплоёмкость неона;

$C_{v,2}$  – удельная теплоёмкость водорода.

Приравняв правые части (2) и (1) и разделив обе части полученного равенства на  $\Delta T$ , получим :

$$C_v(m_1 + m_2) = C_{v,1}m_1 + C_{v,2}m_2,$$

откуда

$$C_v = C_{v,1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + C_{v,2} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

или

$$C_v = C_{v,1}\omega_1 + C_{v,2}\omega_2,$$

где

$$\omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad \omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Рассуждая так же, получим формулу для вычисления удельной теплоёмкости смеси при постоянном давлении:

$$C_p = C_{p,1}\omega_1 + C_{p,2}\omega_2.$$

Произведём вычисления:

$$C_v = (6,24 \cdot 10^2 \cdot 0,8 + 1,04 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 2,58 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$C_p = (1,04 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 1,46 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 3,75 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

**ПРИМЕР №7.** Кислород массой  $m=2\text{кг}$  занимает объём  $V_1=1\text{м}^3$  и находится под давлением  $p_1=0,2\text{Мпа}$ . Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объёма  $V_2=3\text{м}^3$ , а затем при постоянном объёме до давления  $p_3=0,5\text{Мпа}$ . Найти изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа, совершённую им работу  $A$  и теплоту  $Q$ , переданную газу. Построить график процесса.

**РЕШЕНИЕ.** Изменение внутренней энергии газа:

$$\Delta U = C_v m \Delta T = \frac{i}{2} \frac{R}{M} m \Delta T,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода  $i=5$ );

$\Delta T = T_3 - T_1$  – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдём из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad \text{откуда} \quad T = \frac{pVM}{mR}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой:

$$A_1 = \frac{m}{M} \cdot R \Delta T.$$

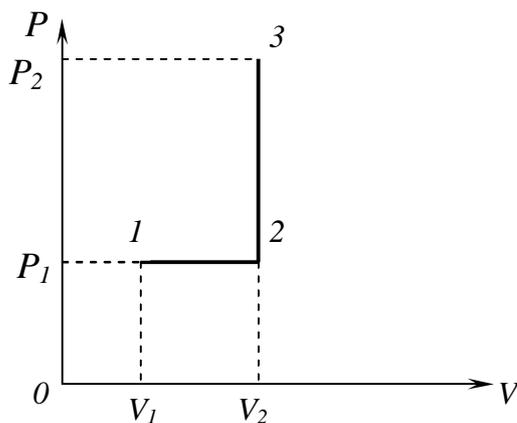
Работа газа, нагреваемого при постоянном объёме, равна нулю, т.е.

$$A_2 = 0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом,  $A = A_1 + A_2 = A_1$ .

Согласно первому началу термодинамики, теплота  $Q$ , переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии  $\Delta U$  и работе  $A$ :  $Q = \Delta U + A$ .

Произведём вычисления, учитывая, что для кислорода  $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .



$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К},$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К},$$

$$T_3 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К},$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 0,4 \cdot 10^6 \text{ Дж},$$

$$A = A_1 = 0,4 \cdot 10^6 \text{ Дж},$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 3,24 \cdot 10^6 \text{ Дж},$$

$$Q = (3,24 + 0,4) \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,64 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

**ПРИМЕР №8.** В цилиндре под поршнем находится водород массой  $m=0,02\text{кг}$  при температуре  $T_1=300\text{К}$ . Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объём в  $n_1=5$  раз, а затем был сжат изотермически, причём объём газа уменьшился в  $n_2=5$  раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершённую газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

**РЕШЕНИЕ.** Температуры и объёмы газа, совершающего адиабатный процесс связаны между собой соотношениями:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

где  $\gamma$  – отношение теплоёмкостей газа при постоянном давлении и постоянном объёме,  $n_1 = V_2/V_1$ .

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2 = \frac{T_1}{n_1^{\gamma-1}}.$$

Работа  $A_1$  газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле:

$$A_1 = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

где  $C_v$  – молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме.

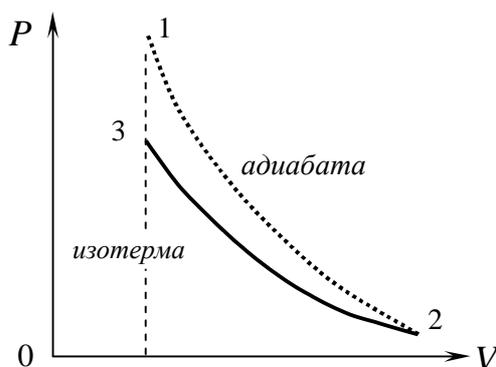
Работа  $A_2$  газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде:

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \quad \text{или} \quad A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{1}{n_2},$$

где  $n_2 = V_2/V_3$ .

Произведём вычисления, учтя, что для водорода как двухатомного газа  $\gamma = 1,4$ ;  $i = 5$  и  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} \text{ K} = \frac{300}{5^{0,4}} \text{ K}.$$



Так как  $5^{0,4} = 1,91$  (находим логарифмированием), то

$$T_2 = 300/1,91 \text{ K} = 157 \text{ K}$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) \text{ Дж} = 29,8 \text{ кДж}$$

$$A_2 = \frac{0,02}{0,02} \cdot 8,31 \cdot 157 \ln 1/5 \text{ Дж} = -21 \text{ кДж}$$

Знак “минус” показывает, что при сжатии работа совершается над газом внешними силами. График процесса приведён на рисунке.

**ПРИМЕР №9.** Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика  $T_1 = 500 \text{ K}$ . Определить термический КПД  $\eta$  цикла и температуру  $T_2$  теплоприёмника тепловой машины, если за счёт каждого

килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу  $A=350\text{Дж}$ .

**РЕШЕНИЕ.** Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой  $\eta=A/Q_1$ ,  $A=350\text{Дж}$ ,  $Q_1=1\text{кДж}=10^3\text{Дж}$ ,  
 $\eta=350/1000=0,35$ .

КПД тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно, определяется температурой теплоотдатчика  $T_1$  и теплоприёмника  $T_2$ :

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1};$$

$$\eta T_1 = T_1 - T_2;$$

$$T_2 = T_1 - \eta T_1 = T_1(1 - \eta);$$

$$T_2 = 500(1 - 0,35) = 325\text{К}.$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

### МЕХАНИКА

101. По прямой линии движутся две материальные точки согласно уравнениям:  $x_1=A_1+B_1t+C_1t^2$  и  $x_2=A_2+B_2t+C_2t^2$ , где  $A_1=10\text{м}$ ;  $B_1=1\text{м/с}$ ;  $C_1=-2\text{м/с}^2$ ;  $A_2=3\text{м}$ ;  $B_2=2\text{м/с}$ ;  $C_2=0,2\text{м/с}^2$ . В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Найти ускорения этих точек в момент времени  $3\text{с}$ .
102. Определить полное ускорение в момент времени  $3\text{с}$  точки, находящейся на ободе колеса радиусом  $0,5\text{м}$ , вращающегося согласно уравнению:  $\varphi=At+Bt^3$ , где  $A=2\text{рад/с}$ ;  $B=0,2\text{рад/с}^3$ .
103. Определить скорость и полное ускорение точки в момент времени  $2\text{с}$ , если она движется по окружности радиусом  $1\text{м}$  согласно уравнению  $S=At+Bt^3$ , где  $A=8\text{м/с}$ ;  $B=-1\text{м/с}^3$ .
104. Диск радиусом  $0,2\text{м}$  вращается согласно уравнению  $\varphi=A+Bt+Ct^3$ , где  $A=3\text{рад}$ ;  $B=-1\text{рад/с}$ ;  $C=0,1\text{рад/с}^3$ . Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска для момента времени  $10\text{с}$ .
105. Зависимость пройденного телом пути от времени задаётся уравнением  $S=A+Bt+Ct^2+Dt^3$ , где  $C=0,14\text{м/с}^2$ ;  $D=0,01\text{м/с}^3$ . Через какое время после начала движения тело будет иметь ускорение  $a=1\text{м/с}^2$ . Найти среднее ускорение за этот промежуток времени.
106. Точка движется по окружности радиусом  $4\text{м}$ . Закон её движения выражается уравнением  $S=A+Bt^2$ , где  $A=8\text{м}$ ;  $B=-2\text{м/с}^2$ . Определить момент времени, когда нормальное ускорение точки равно  $9\text{м/с}^2$ . Найти скорость, тангенциальное и полное ускорения точки в тот же момент времени.
107. Точка движется по окружности радиусом  $1,2\text{м}$ . Уравнение движения точки:  $\varphi=At+Bt^3$ , где  $A=0,5\text{рад/с}$ ;  $B=0,2\text{рад/с}^3$ . Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек в момент времени  $4\text{с}$ .
108. Две материальные точки движутся согласно уравнениям:  $x_1=A_1t+B_1t^2+C_1t^3$  и  $x_2=A_2t+B_2t^2+C_2t^3$ , где  $A_1=4\text{м/с}$ ;  $B_1=8\text{м/с}^2$ ;  $C_1=-16\text{м/с}^3$ ;  $A_2=2\text{м/с}$ ;  $B_2=-4\text{м/с}^2$ ;  $C_2=1\text{м/с}^3$ . В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости  $v_1$  и  $v_2$  в этот момент.
109. Точка движется по прямой согласно уравнению  $x=At+Bt^3$ , где  $A=6\text{м/с}$ ;  $B=-0,125\text{м/с}^3$ . Определить среднюю путевую скорость точки в интервале времени от  $t_1=2\text{с}$  до  $t_2=6\text{с}$ .
110. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид  $x=At+Bt^3$ , где  $A=3\text{м/с}$ ;  $B=0,06\text{м/с}^3$ . Найти скорость и ускорение точки в момент времени  $t_1=0$  и  $t_2=3\text{с}$ . Каковы средние значения скорости и ускорения за первые  $3\text{с}$  движения?
111. Какую массу бензина расходует двигатель автомобиля на пути  $100\text{км}$ , если при мощности двигателя  $11\text{кВт}$  скорость его движения  $30\text{км/ч}$ ? КПД двигателя  $0,22$ , удельная теплота сгорания бензина  $46\text{МДж/кг}$ .
112. Найти КПД двигателя автомобиля, если известно, что при скорости движения  $40\text{км/ч}$  двигатель расходует  $13,5\text{л}$  бензина на  $100\text{км}$  пути и развивает при этом мощность  $12\text{кВт}$ . Плотность бензина  $0,8\cdot 10^3\text{кг/м}^3$ ; удельная теплота сгорания бензина  $46\text{МДж/кг}$ .

113. Автомобиль массой  $2t$  движется равномерно в гору с уклоном  $4m$  на каждые  $100m$  пути, коэффициент трения равен  $0,08$ . Найти работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути  $3km$ , и мощность, развиваемую двигателем, если известно, что путь  $3km$  был пройден за  $4мин$ .
114. Какую мощность развивает двигатель автомобиля массой  $2t$ , если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью  $18 км/ч$ : а) по горизонтальной дороге; б) в гору с уклоном  $6m$  на каждые  $100m$  пути; в) под гору с тем же уклоном? Коэффициент трения равен  $0,08$ .
115. Трактор типа Т-150 имеет тяговую мощность (мощность на крюке)  $72 кВт$ . С какой скоростью может тянуть этот трактор прицеп массой  $5t$  на подъём  $0,2 (h/l)$  при коэффициенте трения  $0,4$ .
116. Автомобиль массой  $1t$  движется при выключенном моторе с постоянной скоростью  $54 км/ч$  под гору с уклоном  $4m$  на каждые  $100m$  пути. Какую мощность должен развить двигатель автомобиля, чтобы автомобиль двигался с такой же скоростью в гору?
117. Найти среднюю полезную мощность при разбеге самолёта, предназначенного для работ в сельском и лесном хозяйстве, если масса самолёта  $1t$ , длина разбега  $300m$ , взлётная скорость  $30m/c$ , коэффициент сопротивления  $0,03$ .
118. Автомобиль движется с ускорением  $0,5m/c^2$ . Найти коэффициент трения, если известно, что  $50%$  мощности мотора идёт на увеличение скорости движения и  $50%$  – на преодоление силы трения.
119. На автомобиль массой  $1t$  во время движения действует сила трения, равная  $0,1$  действующей на него силы тяжести. Какую массу бензина расходует двигатель автомобиля на то, чтобы на пути  $0,5km$  увеличить скорость движения автомобиля от  $10km/ч$  до  $40 км/ч$ ? Кпд двигателя  $0,2$ ; удельная теплота сгорания бензина  $46 МДж/кг$ .
120. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой  $1t$  от  $2m/c$  до  $6m/c$  на пути  $10m$ ? На всём пути действует сила трения  $2H$ .
121. Определить Кпд неупругого удара бойка массой  $0,5t$ , падающего на сваю массой  $120кг$ . Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.
122. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой  $10г$  со скоростью  $300m/c$ . Затвор пистолета массой  $200г$  прижимается к стволу пружиной, жёсткость которой  $k=25кН/м$ . На какое расстояние отойдёт затвор после выстрела? Считать, что пистолет жёстко закреплён.
123. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмётся на  $3mm$ . На сколько сожмёт пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты  $8см$ ?
124. Вагон массой  $m=35t$  движется на упор со скоростью  $V=0,2m/c$ . При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на  $12см$ . Определить максимальную силу  $F_{max}$  сжатия буферных и продолжительность  $\Delta t$  торможения.
125. В подвешенный на нити длиной  $1,8m$  деревянный шар массой  $8кг$  попадает горизонтально летящая пуля массой  $4г$ . С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нём пулей отклонились от вертикали на угол  $3^0$ ? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

126. Шар массой  $3\text{кг}$  движется со скоростью  $2\text{м/с}$  и сталкивается с покоящимся шаром массой  $5\text{кг}$ . Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
127. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой  $300\text{кг}$ , ударяет молот массой  $8\text{кг}$ . Определить КПД удара, если удар неупругий. Полезной считать энергию, пошедшую на деформацию куска железа.
128. Налетая на пружинный буфер, вагон массой  $16\text{т}$ , двигавшийся со скоростью  $0,6\text{м/с}$ , остановился, сжав пружину на  $8\text{см}$ . Найти общую жёсткость к пружин буфера.
129. Из пружинного пистолета с пружиной жёсткостью  $\kappa=150\text{Н/м}$  был произведён выстрел пулей массой  $8\text{г}$ . Определить скорость пули при выстреле её из пистолета, если пружина была сжата на  $4\text{см}$ .
130. Орудие, жёстко закреплённое на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом  $30^\circ$  к горизонту. Определить скорость отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью  $480\text{м/с}$ . Масса платформы с орудием и снарядами  $18\text{т}$ , масса снаряда  $60\text{кг}$ .
131. Однородный диск радиусом  $0,2\text{м}$  и массой  $5\text{кг}$  вращается вокруг оси, проходящей через его середину. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени даётся уравнением  $\omega=A+Bt$ , где  $B=8\text{рад/с}$ . Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.
132. Маховик радиусом  $R=0,2\text{м}$  и массой  $m=10\text{кг}$  соединён с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно  $14,7\text{Н}$ . Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через  $10\text{с}$  после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.
133. Маховик и лёгкий шкив насажены на горизонтальную ось. К шкиву с помощью нити привязан груз массой  $m$ , который, опускаясь равноускоренно, прошёл путь  $2\text{м}$  за  $4\text{с}$ . Момент инерции маховика  $0,05\text{кг}\cdot\text{м}^2$ . Определить массу спускающегося груза, если радиус шкива  $6\text{см}$ , а его массой можно пренебречь.
134. Маховик, массу которого  $6\text{кг}$  можно считать распределённой по ободу радиусом  $18\text{см}$ , вращается на валу со скоростью, соответствующей  $600\text{об/мин}$ . Под действием тормозящего момента  $10\text{Н}\cdot\text{м}$  маховик останавливается. Найти, через сколько времени он остановится, сколько оборотов совершил за это время и какова работа торможения?
135. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость  $\omega=63\text{рад/с}$  и предоставили их самим себе. Под действием сил трения один маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до остановки  $N=360$  оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?
136. Две гири разной массой соединены нитью, перекинутой через блок, момент инерции которого  $J=50\text{кг}\cdot\text{м}^2$  и радиус  $R=0,2\text{см}$ . Момент сил трения равен  $M_{\text{тр}}=98,1\text{Н}\cdot\text{м}$ . Найти разность натяжения нити  $T_1-T_2$  по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon=2,36\text{рад/с}^2$ .

137. К ободу одного диска радиусом  $R=0,2\text{м}$  приложена постоянная касательная сила  $F=98,1\text{Н}$ . При вращении на диск действует момент сил трения  $M_{\text{тр}}=5\text{Нм}$ . Найти массу диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon=100\text{рад/с}^2$ .
138. Расположенный горизонтально однородный цилиндр массой  $m=10\text{кг}$  вращается без трения вокруг своей оси под действием груза массой  $m_1=1\text{кг}$ , прикрепленного к лёгкой нерастяжимой нити, намотанной на цилиндр. Найти кинетическую энергию системы спустя  $t=3\text{с}$  после начала движения.
139. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами  $m_1=100\text{г}$  и  $m_2=300\text{г}$ . Массу колеса  $M=200\text{г}$  считать равномерно распределённой по ободу. Определить ускорение грузов и силы натяжения нити по обе стороны блока.
140. Вытащенное из колодца ведро с водой уронили, и оно стало опускаться вниз, раскручивая ворот. Трение в подшипниках ворота создаёт постоянный вращающий момент  $M_{\text{тр}}=0,17\text{Нм}$ . Масса ведра с водой  $m=13,2\text{кг}$ . Масса ворота  $M=43,1\text{кг}$ , радиус ворота, имеющего форму сплошного цилиндра,  $R=12,8\text{см}$ . Расстояние от края сруба до уровня воды в колодце  $h=7\text{м}$ . Определить: 1) через сколько времени ведро коснётся воды в колодце; 2) какую работу совершают силы трения за время падения ведра?
141. Медный шар радиусом  $10\text{см}$  вращается с частотой  $n=2\text{об/с}$  вокруг оси проходящей через его центр. Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость  $\omega$  вращения шара вдвое.
142. Диск диаметром  $D=60\text{см}$  и массой  $m=1\text{кг}$  вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно к его плоскости, с частотой  $n=20\text{об/с}$ . Какую работу надо совершить, чтобы остановить диск?
143. Блок радиуса  $R=0,5\text{м}$  может вращаться вокруг своей оси с трением  $M_{\text{тр}}=0,2\text{Нм}$ . На блок намотана невесомая нить, к которой повешен груз массой  $m=1\text{кг}$ . Найти кинетическую энергию этой системы и момент импульса относительно оси блока спустя  $3\text{с}$  после начала её движения.
144. Горизонтально расположенный деревянный стержень массы  $m=0,8\text{кг}$  и длины  $l=1,8\text{м}$  может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. В конец стержня попадает и застревает в нём пуля массой  $m_1=3\text{г}$ , летящая перпендикулярно оси и стержню, со скоростью  $v=50\text{м/с}$ . Определить угловую скорость, с которой начнёт вращаться стержень.
145. Однородному цилиндру сообщают импульс, в результате чего он начинает катиться вверх по наклонной плоскости со скоростью  $v=3\text{м/с}$ . Плоскость образует с горизонтом угол  $\alpha=20^\circ$ . Сколько времени будет двигаться цилиндр до остановки и на какую высоту он поднимется?
146. Горизонтальная платформа массой  $m=100\text{кг}$  вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой  $n=2\text{об/с}$ . Человек массой  $m_1=60\text{кг}$  стоит при этом на краю платформы. С какой частотой начнёт вращаться платформа, если человек перейдёт от края платформы к её центру.
147. Однородный стержень длиной  $l=85\text{см}$  подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую скорость  $v$  надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

148. Шар массой  $1\text{ кг}$ , катящийся без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от неё. Скорость шара до удара о стену  $v_1=10\text{ м/с}$ , после удара  $v_2=8\text{ м/с}$ . Найти количество теплоты  $Q$ , выделившееся при ударе о стенку.
149. Однородный стержень длиной  $l=1\text{ м}$  подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. На какой угол  $\alpha$  надо отклонить стержень, чтобы нижний конец стержня при прохождении положения равновесия имел скорость  $v=5\text{ м/с}$ ?
150. Найти кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью  $v=9\text{ м/с}$ . Масса велосипедиста вместе с велосипедом  $m=60\text{ кг}$ , причем на колёса приходится масса  $m_1=3\text{ кг}$ . Колёса велосипеда считать оброчами.
151. Определить возвращающую силу в момент времени  $0,2\text{ с}$  и полную энергию  $E$  точки массой  $20\text{ г}$ , совершающей гармонические колебания согласно уравнению  $x=A\sin\omega t$ , где  $A=15\text{ см}$ ;  $\omega=4\pi\cdot\text{с}^{-1}$ .
152. Материальная точка колеблется по уравнению  $x=2\sin(\pi t/6+\pi/8)\text{ см}$ . Определить максимальную возвращающую силу и полную энергию колебания, если масса точки  $5\text{ г}$ .
153. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки  $x=5\text{ см}$ , скорость её  $v=20\text{ м/с}$  и ускорение  $a=-80\text{ см/с}^2$ . Найти циклическую частоту и период колебания в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний.
154. Написать уравнение гармонического колебания с амплитудой  $20\text{ мм}$ , периодом  $2\text{ с}$  и начальной фазой  $30^\circ$ . Найти скорость и ускорение для времени  $1\text{ с}$ , а также максимальные скорость и ускорение.
155. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковым периодом  $8\text{ с}$  и одинаковой амплитудой  $0,02\text{ м}$ . Разность фаз между этими колебаниями равна  $\frac{\pi}{4}$ ; начальная фаза одного из колебаний равна нулю.
156. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к её потенциальной энергии для моментов времени, когда смещение точки от положения равновесия составляет  
 1)  $x=\frac{A}{4}$ ; 2)  $x=\frac{A}{2}$ ; 3)  $x=A$ , где  $A$  – амплитуда колебаний.
157. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых  $x=0,05\sin 2t$ . В момент времени, когда точка обладала потенциальной энергией  $E_n=0,1\text{ мДж}$ , на неё действовала возвращающая сила  $5\text{ мН}$ . Найти этот момент времени и соответствующую ему фазу колебаний.
158. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями  $x_1=0,002\sin(2\pi t+\pi/2)\text{ м}$  и  $x_2=0,03\sin(2\pi t+\pi/4)\text{ м}$ . Написать уравнение результирующего колебания.
159. Складываются два колебания одного направления и одинаковой частоты:  $x_1=8\sin\pi t$  и  $x_2=8\sin(2\pi t+\pi/2)$ . Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени  $t=0$ .

160. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебание, равна  $1,5 \cdot 10^{-3}$  Дж. Максимальная сила, действующая на тело, равна  $1 \cdot 10^{-3}$  Н. Написать уравнение колебания, если период колебания равен 2 с и начальная фаза  $60^\circ$ .

## ТЕРМОДИНАМИКА

201. Во сколько раз плотность воздуха  $\rho_1$ , заполняющего помещение зимой ( $t_1=7^\circ\text{C}$ ), больше его плотности  $\rho_1$  летом ( $t_2=37^\circ\text{C}$ )? Давление газа считать постоянным.
202. В баллоне находилась масса  $m=10\text{кг}$  газа при давлении  $P_1=10\text{МПа}$ . Какую массу  $\Delta m$  газа взяли из баллона, если давление стало равным  $P_2=2,5\text{МПа}$ ? Температуру газа считать постоянной.
203. Каким должен быть наименьший объём баллона  $V$ , вмещающего массу  $m=6,4\text{кг}$  кислорода, если его стенки при температуре  $t=20^\circ\text{C}$  выдерживают давление  $P=15,7\text{МПа}$ ?
204. В запаянном сосуде находится вода, занимающая объём, равный половине объёма сосуда. Найти давление и плотность водяного пара при температуре  $t=400^\circ\text{C}$ , учитывая, что при этой температуре вся вода обращается в пар.
205. В баллоне ёмкостью  $V=11,2\text{л}$  находится водород при нормальных условиях. После того, как в баллон дополнительно было введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до  $P=0,15\text{МПа}$ , а температура не изменилась. Определить массу гелия, введённого в баллон.
206. Баллон ёмкостью  $30\text{л}$  содержит смесь водорода и гелия при температуре  $T=300\text{К}$  и давлении  $P=0,8\text{МПа}$ . Масса смеси  $m=24\text{г}$ . Определить массу  $m_1$  водорода и массу  $m_2$  гелия.
207. Найти плотность газовой смеси, состоящей по массе из одной части водорода и восьми частей кислорода при давлении  $P=0,1\text{МПа}$  и температуре  $T=290\text{К}$ .
208. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением  $P=1\text{МПа}$ . Считая, что масса кислорода составляет 20% от массы смеси, определить парциальные давления  $P_1$  и  $P_2$  отдельных газов.
209. Два сосуда одинаковой ёмкости содержат кислород. В одном сосуде давление  $P_1=1\text{МПа}$  и температура  $T_1=400\text{К}$ , в другом  $P_2=1,5\text{МПа}$ ,  $T_2=250\text{К}$ . Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры  $T=300\text{К}$ . Определить установившееся давление  $P$  в сосудах.
210. Один баллон ёмкостью  $V_1=20\text{л}$  содержит азот под давлением  $P_1=2,5\text{МПа}$ , другой баллон ёмкостью  $V_2=44\text{л}$  содержит кислород под давлением  $P_2=1,6\text{МПа}$ . Оба баллона были соединены между собой и газы смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления  $P_1$  и  $P_2$  газов и полное давление  $P$  смеси.
211. Вычислить теплоёмкость при постоянном объёме двухатомного газа, заключённого в сосуд  $V=10\text{л}$  при нормальных условиях.

212. Смесь состоит из двух молей одноатомного газа и одного моля двухатомного газа. Определить молярные теплоёмкости  $C_v$  и  $C_p$  смеси.
213. Вычислить теплоёмкость при постоянном объёме газа, заключённого в сосуд ёмкостью  $V=20\text{л}$  при нормальных условиях. Газ одноатомный.
214. Относительная молекулярная масса газа  $\mu=4$ . Отношение теплоёмкостей  $C_p/C_v=1,67$ . Вычислить удельные теплоёмкости газа.
215. Разность удельных теплоёмкостей некоторого газа  $C_p-C_v=2,08\text{кДж/кг}\cdot\text{К}$ . Определить относительную молекулярную массу газа.
216. Некоторый газ находится при температуре  $T=350\text{К}$  в баллоне ёмкостью  $V=100\text{л}$  под давлением  $P=0,2\text{МПа}$ . Теплоёмкость этого газа при постоянном объёме  $C=140\text{Дж/К}$ . Определить отношение теплоёмкостей  $C_p/C_v$ .
217. Каковы удельные теплоёмкости  $C_v$  и  $C_p$  смеси газов, содержащей кислород массой  $m_1=10\text{г}$  и азот массой  $m_2=20\text{г}$ ?
218. Найти удельную теплоёмкость  $C_p$  газовой смеси, состоящей из количества  $\nu_1=3$  моль аргона и количества  $\nu_2=2$  моль азота.
219. Найти отношение  $C_p/C_v$  для газовой смеси, состоящей из массы  $m_1=8\text{г}$  гелия и массы  $m_2=19\text{г}$  кислорода.
220. Определить молекулярную массу газа, если его удельные теплоёмкости равны:  $C_v=650\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $C_p=910\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .
221.  $2\text{л}$  азота находится под давлением  $10^5\text{Н/м}^2$ . Какое количество теплоты надо сообщить азоту, чтобы 1) при  $P=\text{const}$  увеличить объём вдвое, 2) при  $V=\text{const}$  давление увеличить вдвое?
222. В закрытом сосуде находится  $14\text{г}$  азота под давлением  $1\text{атм}$  и при температуре  $27^\circ\text{С}$ . После нагревания в сосуде повысилось давление в  $5$  раз. Найти: 1) до какой температуры был нагрет газ, 2) каков объём сосуда, 3) какое количество тепла сообщено газу.
223. На нагрев  $40\text{г}$  кислорода от  $16^\circ\text{С}$  до  $40^\circ\text{С}$  затрачено  $150\text{ кал}$ . При каких условиях нагревался газ (при постоянном объёме или при постоянном давлении)?
224. В закрытом сосуде объёмом  $10\text{л}$  находится воздух при давлении  $10^5\text{Н/м}^2$ . Какое количество тепла надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в  $5$  раз?
225.  $1\text{ кг}$  водорода при температуре  $27^\circ\text{С}$  изотермически расширили до двойного объёма, а затем изохорически охладил, уменьшив давление в  $5$  раз. Дать схему кривых в системе координат  $p-V$ . Найти изменение внутренней энергии и работу газа.
226.  $5\text{л}$  воздуха, содержащиеся в сосуде при нормальных условиях, расширяют при постоянном давлении до тройного объёма, а затем адиабатически расширяют так, что давление становится в четыре раза меньше первоначального. Вычислить работу в этих процессах.
227.  $4\text{л}$  углекислого газа за счёт нагревания расширили до  $8\text{л}$  при постоянном давлении, а затем адиабатически расширили до объёма  $11\text{л}$  и давления  $1\text{атм}$ . Определить количество тепла, затраченное при нагревании, и изменение внутренней энергии при адиабатическом расширении газа.
228. Газ занимает объём  $5\text{ л}$  при давлении  $800\text{ мм.рт.ст.}$ . Какую работу совершает газ, если он изобарически нагревается от  $1^\circ\text{С}$  до  $40^\circ\text{С}$ ? Какое количество теплоты идёт на нагревание газа? Газ двухатомный.

229. Кислород массой  $2\text{кг}$  занимает объём  $V_1=1\text{м}^3$  и находится под давлением  $P_1=0,2\text{МПа}$ . При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объёма  $V_2=3\text{м}^3$ , а затем его давление возросло до  $P_2=0,5\text{МПа}$  при неизменном объёме. Найти изменение внутренней энергии  $\Delta U$  газа, совершенную им работу  $A$  и теплоту  $Q$ , переданную газу. Построить график процесса.
230. Кислород при неизменном давлении  $P=80\text{кПа}$  нагревается так, что его объём увеличивается от  $V_1=1\text{м}^3$  до  $V_2=3\text{м}^3$ . Определить изменение  $\Delta U$  внутренней энергии кислорода, работу  $A$ , совершенную им при расширении, а также теплоту  $Q$ , сообщённую газу.
231. Газ совершает цикл Карно. Температура холодильника  $T_1=280\text{К}$ , нагревателя  $T_2=380\text{К}$ . Во сколько раз увеличивается коэффициент полезного действия цикла, если температура нагревателя повысится на  $\Delta T=200\text{К}$ .
232. В паровой турбине расходуется  $m=0,45\text{кг}$  дизельного топлива для совершения работы  $A=1,4\text{кВт}\cdot\text{ч}$ . Температура поступающего в турбину пара  $T_1=520\text{К}$ , температура холодильника  $T_2=300\text{К}$ . Сравнить фактический КПД турбины и КПД идеальной тепловой машины, работающей при тех же температурных режимах.
233. Какую максимальную полезную мощность может развивать двигатель автомашины, если он расходует в течение  $t=1\text{ч}$  массу  $m=5\text{кг}$  бензина? Температура газов в цилиндре двигателя достигает  $T_1=1200\text{К}$ . Отработанные газы имеют температуру  $T_2=370\text{К}$ .
234. Один киломоль идеального газа совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объём газа изменяется от  $V_1=25\text{м}^3$  до  $V_2=50\text{м}^3$  и давление изменяется от  $P_1=1\text{атм}$  до  $P_2=2\text{атм}$ . Во сколько раз работа, совершаемая при таком цикле, меньше работы, совершаемой в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объём увеличивался в два раза?
235. Паровая машина мощностью в  $14,7\text{кВт}$  потребляет за  $1\text{ч}$  работы  $8,1\text{кг}$  угля с теплотворной способностью  $3,3\cdot 10^7\text{Дж/кг}$ . Температура котла  $200^\circ\text{С}$ , температура холодильника  $58^\circ\text{С}$ . Найти фактический КПД машины  $\eta_1$  и сравнить его с КПД  $\eta_2$  идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно между теми же температурами.
236. Совершая прямой цикл Карно, газ отдал холодильнику  $0,25$  теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя  $500\text{К}$ .
237. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу  $200\text{Дж}$ , температура нагревателя  $375\text{К}$ , температура холодильника  $300\text{К}$ . Какое количество теплоты получает машина от нагревателя?
238. Какая часть теплоты, полученной от нагревателя, отдаётся холодильнику при прямом цикле Карно, если температура нагревателя  $500\text{К}$ , температура холодильника  $125\text{К}$ ?
239. Найти КПД цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, если температуры характерных точек равны  $T_1=370\text{К}$ ,  $T_2=600\text{К}$ ,  $T_3=500\text{К}$ ,  $T_4=350\text{К}$ . Решение пояснить диаграммой  $P$ - $V$ .

240. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу  $10$  ккал теплоты. Какую работу совершил газ?
241. Определить изменение энтропии при нагревании  $1$  кг воды от  $0^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$  и последующем превращении её в пар при той же температуре.
242. Как изменится энтропия при изотермическом расширении  $0,1$  кг кислорода, если при этом объём его изменится от  $2,5$  л до  $10$  л?
243. Определить изменение энтропии при изобарном нагревании  $0,1$  кг азота от  $17^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$ .
244. Лёд массой  $100$  г, находящийся при температуре  $-30^\circ\text{C}$ , превращается в пар. Определить изменение энтропии при этом процессе.
245. Железо массой  $1$  кг при температуре  $100^\circ\text{C}$  находится в тепловом контакте с таким же куском железа при  $0^\circ\text{C}$ . Чему будет равно изменение энтропии при достижении равновесной температуры?
246. Водород массой  $10$  г изобарно расширяется, при этом объём его увеличился в  $2$  раза. Определить изменение энтропии водорода при этом процессе.
247.  $10,5$  г азота изотермически расширяется от объёма  $V_1=2$  л до объёма  $V_2=5$  л. Найти изменение энтропии при этом процессе.
248.  $10$  г кислорода нагревается от  $t_1=50^\circ\text{C}$  до  $t_2=150^\circ\text{C}$ . Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически, 2) изобарически.
249.  $640$  г расплавленного свинца при температуре плавления вылили на лёд при  $0^\circ\text{C}$ . Найти изменение энтропии в этом процессе.
250. Объём гелия, масса которого  $2$  кг, увеличилась в  $5$  раз: а) изотермически б) изобарически. Каково изменение энтропии в этих случаях?

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

### Основные формулы

Закон Кулона: 
$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где  $F$  – сила взаимодействия точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ ;

$r$  – расстояние между зарядами;

$\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость;

$\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля и потенциал:

$$\vec{E} = \vec{F}/q, \quad \varphi = \Pi/q,$$

где  $\Pi$  – потенциальная энергия точечного положительного заряда  $q$ , находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда:

$$F = qE, \quad \Pi = q\varphi.$$

Напряженность и потенциал поля, созданного системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i; \quad \varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где  $E_i$ ,  $\varphi_i$  – напряженность и потенциал в данной точке поля, созданного  $i$ -м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, созданного точечным зарядом:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}; \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r},$$

где  $r$  – расстояние от заряда  $q$  до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом  $R$  на расстоянии  $r$  от центра сферы:

- a)  $E = 0, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \quad (\text{при } R > r),$
- b)  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \quad (\text{при } r = R),$
- c)  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r} \quad (\text{при } r > R),$

где  $q$  – заряд сферы.

Линейная плотность заряда:  $\tau = q/l.$

Поверхностная плотность заряда:  $\sigma = q/S.$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого распределенными зарядами.

Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью  $\tau$ , то на линии выделяется малый участок длиной  $dl$  с зарядом  $dq = \tau dl$ . Такой заряд можно рассматривать как точечный и применять формулы:

$$d\vec{E} = \frac{\tau \cdot dl}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad d\varphi = \frac{\tau \cdot dl}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r},$$

где  $r$  – радиус-вектор, направленный от выделенного элемента  $dl$  к точке, в которой вычисляется напряжённость.

Используя принцип суперпозиции электрических полей, находим интегрированием напряжённость  $E$  и потенциал  $\varphi$  поля, создаваемого распределённым зарядом:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{d\vec{l} \cdot \vec{r}}{r^2}, \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{dl}{r}.$$

Интегрирование ведётся вдоль всей длины  $l$  заряженной линии.

Напряжённость поля, создаваемого бесконечной прямой, равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где  $r$  – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, напряжённость поля в которой вычисляется.

Напряжённость поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E = \sigma / 2\epsilon\epsilon_0.$$

Связь потенциала с напряжённостью:

- a)  $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$ , или  $\vec{E} = -\left(\vec{i} \frac{d\varphi}{dx} + \vec{j} \frac{d\varphi}{dy} + \vec{k} \frac{d\varphi}{dz}\right)$ ;
- b)  $E = (\varphi_1 - \varphi_2) / d$  (в случае однородного поля);
- c)  $E = -d\varphi / dr$  (в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией).

Электрический момент диполя:  $\vec{p} = |q| \cdot \vec{l}$ ,

где  $q$  – заряд;

$l$  – плечо диполя (векторная величина, направленная от отрицательного заряда к положительному и численно равная расстоянию между зарядами).

Работа сил поля по перемещению заряда  $q$  из точки поля с потенциалом  $\varphi_1$  в точку с потенциалом  $\varphi_2$ :  $A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ .

Ёмкость:

$$C = q / \varphi \quad \text{или} \quad C = q / U,$$

где  $\varphi$  – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю);

$U$  – разность потенциалов пластин конденсатора.

Ёмкость уединённой проводящей сферы радиусом  $R$ :

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

Ёмкость плоского конденсатора:

$$C = \epsilon_0\epsilon S / d,$$

где  $S$  – площадь пластины (одной) конденсатора;

$d$  – расстояние между пластинами.

Ёмкость батарей конденсаторов:

- a)  $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$  (при последовательном соединении);
- b)  $C = \sum_{i=1}^n C_i$  (при параллельном соединении);

где  $n$  – число конденсаторов в батарее.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = qU/2 = CU^2/2 = q^2/2C.$$

Сила тока:

$$I = q/t,$$

где  $q$  – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время  $t$ .

Плотность тока:

$$j = I/S,$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Связь плотности тока со средней скоростью  $\langle v \rangle$  направленного движения заряженных частиц:

$$j = en\langle v \rangle,$$

где  $e$  – заряд частицы;

$n$  – концентрация заряженных частиц.

Закон Ома:

а)  $I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R = U/R$  (для участка цепи, не содержащего ЭДС),

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – разность потенциалов (напряжение) на концах цепи;

$R$  – сопротивление участка;

б)  $I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R}$  (для участка цепи, содержащего ЭДС),

где  $\varepsilon$  – ЭДС источника тока;

$R$  – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

с)  $I = \varepsilon/(R+r)$  (для замкнутой (полной) цепи),

где  $R$  – внешнее сопротивление;

$r$  – внутреннее сопротивление цепи.

Закон Кирхгофа:

а)  $\sum I_i = 0$  (первый закон);

б)  $\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i$  (второй закон),

где  $\sum I_i$  – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле;

$\sum I_i R_i$  – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления участков контура;

$\sum \varepsilon_i$  – алгебраическая сумма ЭДС.

Сопротивление  $R$  и проводимость  $G$  – проводника:

$$R = \rho l/S; G = \gamma S/l,$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление;

$\gamma$  – удельная проводимость;

$l$  – длина проводника;

$S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы проводников:

а)  $R = \sum R_i$  (при последовательном соединении);

б)  $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$  (при параллельном соединении),

где  $R_i$  – сопротивление  $i$ -го проводника.

Работа тока:

$$A = IUt = I^2 R t = U^2 t / R.$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение  $U$ , последние две – для участка, не содержащего ЭДС.

Мощность тока:

$$P = IU = I^2 R = U^2 / R.$$

Закон Джоуля - Ленца:

$$Q = I^2 R t.$$

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где  $\gamma$  – удельная проводимость;

$\vec{E}$  – напряженность электрического поля;

$\vec{j}$  – плотность тока.

Связь удельной проводимости с подвижностью  $b$  заряженных частиц (ионов):

$$\gamma = Qn(b_+ + b_-),$$

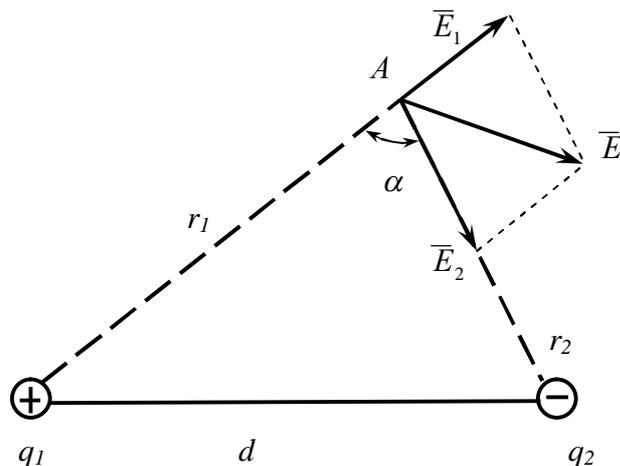
где  $Q$  – заряд иона;

$n$  – концентрация ионов;

$b_+$  и  $b_-$  – подвижности положительных и отрицательных ионов.

### ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**ПРИМЕР №1.** Два точечных электрических заряда  $q_1 = 1 \text{ нКл}$  и  $q_2 = -2 \text{ нКл}$  находятся в воздухе на расстоянии  $d = 10 \text{ см}$  друг от друга. Определить напряжённость и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке  $A$ , если расстояние  $r_1 = 9 \text{ см}$  и  $r_2 = 7 \text{ см}$ .



**РЕШЕНИЕ.** Общая (резльтирующая) напряжённость  $E$  в точке  $A$  равна сумме напряжённостей двух полей, создаваемых зарядами  $q_1$  и  $q_2$ , т.е.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (1)$$

где  $\vec{E}_1$  – напряжённость поля заряда  $q_1$ ;

$\vec{E}_2$  – напряжённость поля заряда  $q_2$ .

На рисунке вектор  $\vec{E}_1$  направлен от заряда  $q_1$ , так как этот заряд положительный, вектор  $\vec{E}_2$  направлен в сторону заряда  $q_2$ , так как этот заряд отрицательный. Результирующий вектор  $\vec{E}$  совпадает по величине и направлению с диагональю параллелограмма, построенного на слагаемых векторах. Абсолютное значение этого вектора найдём из соотношения:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha} . \quad (2)$$

Абсолютную величину напряженностей  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ , а также  $\cos \alpha$  определим по формулам:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2} ; \quad (3)$$

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2} . \quad (4)$$

Выразим числовые значения всех величин в единицах СИ:

$q_1 = 10^{-9} \text{ Кл}; q_2 = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}; \epsilon = 1; r_1 = 9 \text{ см} = 0,09 \text{ м}; r_2 = 0,07 \text{ м}; d = 0,1 \text{ м}.$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м}.$$

Подставив эти числовые значения в формулы (3), (4) и (2), получим:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{10^{-9}}{1 \cdot (0,09)^2} \text{ В/м} = 1,11 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot (0,07)^2} \text{ В/м} = 3,68 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

При вычислении  $E_2$  знак заряда  $q_2$  был опущен, так как в данном случае важно знать абсолютное значение напряжённости

$$\cos \alpha = \frac{(0,09)^2 + (0,07)^2 - (0,1)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = 0,238 ;$$

$$E = \sqrt{(1,11 \cdot 10^3)^2 + (3,68 \cdot 10^3)^2 - 2 \cdot 1,11 \cdot 10^3 \cdot 3,68 \cdot 10^3 \cdot 0,238} \text{ В/м} = 3,58 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Потенциал  $\varphi$  результирующего поля, созданного двумя зарядами  $q_1$  и  $q_2$ , равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (5)$$

Потенциал  $\varphi_1$  является положительным, так как поле создано положительным зарядом  $q_1$ ; потенциал  $\varphi_2$  является отрицательным, так как поле создано отрицательным зарядом  $q_2$ .

Потенциал поля, созданного точечным зарядом, определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r} . \quad (6)$$

Подставив сюда числовые значения величин, получим:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{10^{-9}}{1 \cdot 0,09} \text{ В} = 100 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 0,07} \text{ В} = - 257 \text{ В}.$$

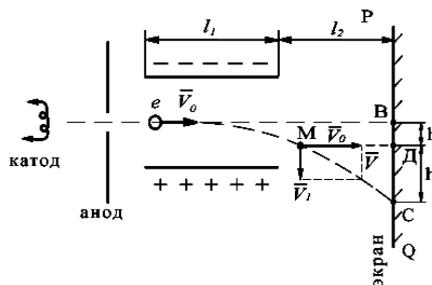
Подставив в выражение (5) численные значения потенциалов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  с учётом их знаков, получим:

$$\varphi = 100\text{В} - 257\text{В} = -157\text{В}.$$

**ПРИМЕР №2.** Электрон без начальной скорости прошел разность потенциалов  $U_0 = 10\text{кВ}$  и влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов  $U_1 = 100\text{В}$ , по линии  $AB$ , параллельной пластинам. Расстояние  $d$  между пластинами равно  $2\text{см}$ . Определить расстояние  $BC$  на экране  $PQ$ , отстоящем от конденсатора на  $l_2 = 1\text{м}$ . Длина пластин конденсатора равна  $20\text{см}$ .

**РЕШЕНИЕ.** Движение электрона внутри конденсатора складывается из двух движений:

- 1) по инерции вдоль линии  $AB$  с постоянной скоростью  $v_0$ , приобретенной под действием разности потенциалов  $U_0$ , которую электрон прошел до конденсатора;
- 2) равномерно ускоренного движения в вертикальном направлении к положительно заряженной пластине под действием постоянной силы поля конденсатора.



По выходе из конденсатора электрон будет двигаться равномерно со скоростью  $v$ , которую он имел в точке  $M$  в момент вылета из конденсатора.

Из рисунка видно, что искомое расстояние  $|BC| = h_1 + h_2$ ,

где  $h_1$  – расстояние, на которое сместится электрон в вертикальном направлении во время движения в конденсаторе;  $h_2$  – расстояние между точкой  $D$  на экране, в которую электрон попал бы, двигаясь по выходе из конденсатора по направлению начальной скорости  $v_0$ , и точки  $C$ , в которую электрон попадает в действительности.

Выразим отдельно  $h_1$  и  $h_2$ .

Пользуясь формулой длины пути равномерно ускоренного движения, найдём

$$h_1 = at^2/2, \quad (1)$$

где  $a$  – ускорение, полученное электроном под действием поля конденсатора;

$t$  – время пролёта электрона внутри конденсатора.

По второму закону Ньютона:  $a = F/m$ ,

где  $F$  – сила, с которой поле действует на электрон,  $m$  – его масса.

В свою очередь,  $F = eE = eU_1/d$ ,

где  $e$  – заряд электрона;

$U_1$  – разность потенциалов между пластинами конденсатора;

$d$  – расстояние между ними.

Время полёта электрона внутри конденсатора найдём из формулы пути равномерного движения  $l_1 = v_0 t$ , откуда  $t = l_1/v_0$ ,

где  $l_1$  – длина конденсатора в направлении полёта электрона. Выражение скорости  $v_0$  найдём из условия равенства работы, совершённой полем при перемещении электрона, и приобретённой им кинетической энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = eU_0. \text{ Откуда}$$

$$v_0^2 = \frac{2eU_0}{m}. \quad (2)$$

Подставляя в формулу (1) последовательно значения  $a$ ,  $F$ ,  $t$ , и  $v_0^2$  из соответствующих выражений, получим:

$$h_1 = \frac{U_1 l_1^2}{4dU_0}.$$

Длину отрезка  $h_2$  найдём из подобия треугольников  $\triangle MDC$  и векторного:

$$h_2 = \frac{v_1 l_2}{v_0}, \quad (3)$$

где  $v_1$  – скорость электрона в вертикальном направлении в точке  $M$ ;

$l_2$  – расстояние от конденсатора до экрана.

Скорость  $v_1$  найдём по формуле  $v_1 = at$ , которая с учётом выражений для  $a$ ,  $F$  и  $t$  примет вид:

$$v_1 = \frac{eU_1 l_1}{dmv_0}.$$

Подставив выражение  $v_1$  в формулу (3), получим:

$$h_2 = \frac{eU_1 l_2 l_1}{dmv_0^2}$$

или, заменив  $v_0^2$  по формуле (2), найдём:

$$h_2 = \frac{U_1 l_1 l_2}{2dU_0}.$$

Окончательно для искомого расстояния  $|BC|$  будем иметь:

$$|BC| = h_1 + h_2 = \frac{U_1 l_1^2}{4dU_0} + \frac{U_1 l_1 l_2}{2dU_0} = \frac{U_1 l_1}{2dU_0} \left( \frac{l_1}{2} + l_2 \right).$$

Подставив значение величин  $U_1, U_0, d, l_1$  и  $l_2$  в последнее выражение и произведя вычисления, получим  $|BC| = 5,5 \text{ см}$ .

**ПРИМЕР №3.** Конденсатор ёмкостью  $3 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$  был заряжен до разности потенциалов  $40 \text{ В}$ . После отключения от источника тока конденсатор был соединён параллельно с другим незаряженным конденсатором ёмкостью  $5 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$ . Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

**РЕШЕНИЕ.** Количество энергии  $\Delta W$ , израсходованное на образование искры, равно:

$$\Delta W = W_1 - W_2, \quad (1)$$

где  $W_1$  – энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора;

$W_2$  – энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле:

$$W = CU^2/2, \quad (2)$$

где  $C$  – ёмкость конденсатора или батареи конденсаторов;

$U$  – разность потенциалов на обкладках конденсаторов.

Выразив в формуле (1) энергии  $W_1$  и  $W_2$  по формуле (2) и принимая во внимание, что общая ёмкость параллельно соединённых конденсаторов равна сумме ёмкостей отдельных конденсаторов, получим:

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \quad (3)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – ёмкости первого и второго конденсаторов;

$U_1$  – разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор;

$U_2$  – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежний, выразим разность потенциалов  $U_2$  следующим образом:

$$U_2 = \frac{q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставив это выражение  $U_2$  в формулу (3), получим:

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

После простых преобразований найдём:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

В полученное выражение подставим числовые значения и вычислим  $\Delta W$ :

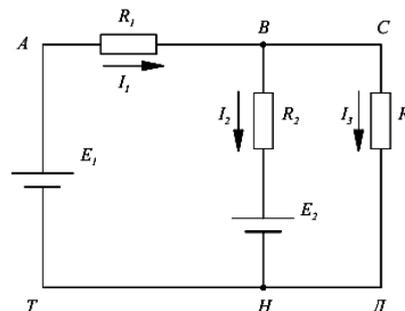
$$C_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Ф} \quad C_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Ф} \quad U_1 = 40 \text{ В}$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}} \cdot 1600 \text{ Дж} = 1,5 \text{ Дж}$$

**ПРИМЕР №4.** Найти токи, протекающие в каждой ветви электрической цепи (рис.), если  $\varepsilon_1 = 130 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 117 \text{ В}$ ,  $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,3 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 12 \text{ Ом}$ . Внутреннее сопротивление источников ЭДС не учитывать.

Дано:  $\varepsilon_1 = 130 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 117 \text{ В}$ ,  $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,3 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 12 \text{ Ом}$ .

Найти:  $I_1, I_2, I_3$ .



**РЕШЕНИЕ.** Задача дана для расчёта разветвлённых цепей, когда в них есть несколько источников тока. При решении задач такого типа рационально пользоваться законами Кирхгофа. Первый закон сформулирован для узлов, т.е. точек разветвления цепи, в которых сходится больше двух проводников: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю.

$$\sum_{k=1}^{k=n} I_k = 0.$$

Второй закон – для замкнутых контуров – гласит: в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивление соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС в контуре:

$$\sum_{k=1}^{k=n} I_k R_k = \sum_{k=1}^{k=m} \varepsilon_k.$$

Решая совместно составленные по этим законам уравнения, можно определить ту или иную искомую величину (сопротивление внешней цепи или источника, силы

токов, ЭДС). Для составления уравнений по указанным законам надо придерживаться следующих правил:

1. Обозначить на схеме буквами узлы и контуры.
2. Произвольно выбрать направления токов (если они не оговорены условием задачи) во всех участках цепи и обозначить их на чертеже стрелками.
3. Учесть направление токов при составлении первого закона. Положительными считать токи, подходящие к узлу, а отрицательными – отходящие от узла.
4. Составить систему уравнений для первого закона Кирхгофа. Число уравнений, составленных по этому закону, должно быть на единицу меньше числа узлов в цепи.
5. Выбрать произвольно направление обхода контуров. Условиться, что ЭДС в уравнении будет положительной, если направление от отрицательного полюса к положительному совпадает с направлением обхода, в противном случае ЭДС следует считать отрицательной.
6. Считать падение напряжения в цепи ( $IR$ ) положительным, если выбранное ранее направление тока на этом участке (между двумя узлами) совпадает с направлением обхода контура, и отрицательным, если направление тока не совпадает с направлением обхода контура.
7. Первый контур выбирается произвольно. При составлении уравнений следующих контуров надо включать в них контуры, ранее не входившие.
8. Число уравнений, составленных по закону Кирхгофа, определяется следующими условиями: если число контуров в цепи  $m$ , а узлов  $n$ , то число независимых уравнений, достаточных для решения, будет равно  $m-n+1$
9. Получение в ответе токов с отрицательными знаками означает только то, что было выбрано направление, обратное действительному.

Согласно сформулированным выше правилам решаем задачу 5:

- 1) обозначаем на схеме контуры, узлы и направления токов;
- 2) установим число  $m$  – число ветвей (в данной схеме их три) и число  $n$  – число узлов (в схеме их два – в точке  $B$  и  $H$ );
- 3) для составления уравнений по первому закону Кирхгофа, как мы установили, достаточно выбрать один из указанных узлов. Выбираем узел  $B$ , в котором сходятся токи от трёх проводников, учитывая направление токов, получим:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0; \quad (1)$$

- 4) устанавливаем число уравнений, необходимых для решения задач по второму закону Кирхгофа. Это число уравнений равно  $m-n+1=3-2+1=2$ . Выбираем контуры  $BCDH$  и  $ABHA$ . Устанавливаем обход по контуру  $BCDH$ . Учитывая правило знаков при переходе токов внутри источника ЭДС, выбираем обход по часовой стрелке, при котором ЭДС  $\varepsilon_1$  будет положительной. С учётом выбранного ранее направления токов составляем первое уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$-I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_2. \quad (2)$$

Составим уравнение для второго контура. Для этого устанавливаем направление обхода для контура  $ABHA$ . Т.к. в этом контуре два источника тока и  $\varepsilon_1$  к  $\varepsilon_2$ , обход начинаем от  $\varepsilon_1$  к  $\varepsilon_2$  по часовой стрелке.

Кроме того, знаки при ЭДС и падении напряжения ( $IR$ ) устанавливаем в соответствии с ранее записанными правилами:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \quad (3)$$

Из уравнения (1) находим:

$$I_1 = I_2 + I_3. \quad (4)$$

Для определения числовых результатов подставляем в формулу (2) и (3) известные числовые значения сопротивлений и ЭДС:

$$-0,3I_2 + 12I_3 = 117 \quad (5)$$

$$0,5I_1 + 0,3I_2 = 130 - 117 \quad (6)$$

После сложения (5) и (6) получим:

$$0,5I_1 + 12I_3 = 130; \quad I_1 = 260 - 24I_3. \quad (7)$$

Подставляя полученную силу тока  $I_1$  в (4), находим  $260 - 24 \cdot I_3 = I_2 + I_3$ . Следовательно,

$$I_2 = 260 - 25I_3 \quad (8)$$

Силу тока  $I_2$  (8) используем в выражении (5):

$$0,3(260 - 25I_3) + 12I_3 = 117;$$

$$19,5I_3 = 195; \quad I_3 = 10(A). \quad (9)$$

Зная  $I_3$  из формулы (7), находим:

$$I_1 = 260 - 240 = 20(A). \quad (10)$$

Определяем значение  $I_2$  из выражения (4):

$$I_2 = I_1 - I_3 = 20 - 10 = 10(A).$$

**ПРИМЕР №5.** Батарея состоит из пяти последовательно соединённых элементов. ЭДС каждого –  $1,4В$ , внутреннее сопротивление каждого –  $0,3 Ом$ . При каком токе полезная мощность батареи равна  $8Вт$ ? Определить наибольшую полезную мощность батареи:

Дано:  $\varepsilon_i = 1,4В$ ,  $r_i = 0,3 Ом$ ,  $P_n = 8Вт$ ,  $n = 5$ .

Найти:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $P_{n \max}$ .

**РЕШЕНИЕ.** Полезная мощность батареи:

$$P_n = I^2 R, \quad (1)$$

где  $R$  – сопротивление внешней цепи,  $I$  – сила тока, которая определяется по закону Ома:

$$I = \frac{n\varepsilon_i}{nr_i + R}. \quad (2)$$

Здесь  $n\varepsilon_i$  – ЭДС, а  $nr_i$  – внутреннее сопротивление  $n$  последовательно соединённых элементов.

Выразим  $R$  из (1):

$$R = P_n / I^2$$

и, подставив это выражение в (2), получим:

$$I = \frac{n\varepsilon_i}{nr_i + \frac{P_n}{I^2}}; \quad (3)$$

$$I(nr_i + P_n / I^2) = n\varepsilon_i. \quad (4)$$

Преобразуя выражение (4), получим квадратное уравнение относительно  $I$ :

$$nr_i I^2 - n\varepsilon_i I + P_n = 0.$$

Решая квадратное уравнение, найдём:

$$I_{1,2} = \frac{n\varepsilon_i \pm \sqrt{n^2\varepsilon_i^2 - 4nr_i P_n}}{2nr_i}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$I_1 = \frac{5 \cdot 1,4 + \sqrt{5^2 \cdot 1,4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0,3 \cdot 8}}{2 \cdot 5 \cdot 0,3} = 2,66(\text{A});$$

$$I_2 = \frac{5 \cdot 1,4 - \sqrt{5^2 \cdot 1,4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0,3 \cdot 8}}{2 \cdot 5 \cdot 0,3} = 2,0(\text{A}).$$

Для того, чтобы определить наибольшую полезную мощность батареи, найдём зависимость её от внешнего сопротивления. Подставим в уравнение (1) выражение (2):

$$P_n = \frac{n^2 \varepsilon_i^2 R}{(nr_i + R)^2}. \quad (5)$$

Из этой формулы следует, что при постоянных величинах  $\varepsilon_i$  и  $nr_i$  мощность является функцией одной переменной – внешнего сопротивления  $R$ . Известно, что эта функция имеет максимум, если  $dP_n/dR=0$ , следовательно, имеем:

$$\frac{dP_n}{dR} = \frac{n^2 \varepsilon_i^2 (R + nr_i) - 2n^2 \varepsilon_i^2 R}{(R + nr_i)^3} = 0 \text{ или } n^2 \varepsilon_i^2 (R + nr_i) - 2n^2 \varepsilon_i^2 R = 0. \quad (6)$$

Таким образом, задача сводится к отысканию сопротивления внешней цепи. Из решения уравнения (6) следует  $R=nr_i$ . Подставляя найденные значения  $R$  в формулу (5), имеем:

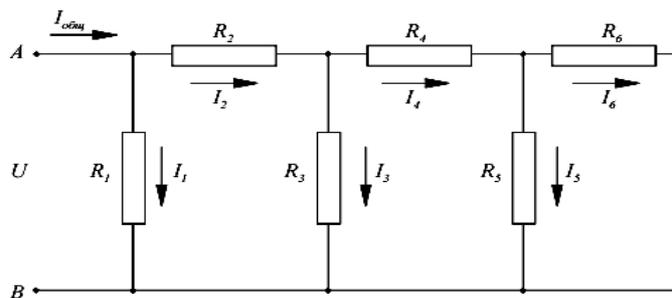
$$P_{n \max} = \frac{n^2 \varepsilon_i^2}{4r_i}.$$

Произведя вычисления, найдём:

$$P_{n \max} = 5 \cdot 1,4^2 / 4 \cdot 0,3 = 8,16(\text{Вт}).$$

Ответ:  $I_1=2,66\text{A}$ ,  $I_2=2\text{A}$ ,  $P_{n \max}=8,16\text{Вт}$ .

### ПРИМЕР №6.



Вычислить общее сопротивление цепи, если  $R_1=2 \text{ Ом}$ ,  $R_2=1 \text{ Ом}$ ,  $R_3=4/3 \text{ Ом}$ ,  $R_4=3 \text{ Ом}$ ,  $R_5=5 \text{ Ом}$ ,  $R_6=2 \text{ Ом}$ . Какой ток потечёт через резисторы, если контур подключить точками  $A$  и  $B$  к источнику напряжения  $10\text{В}$ ?

**РЕШЕНИЕ.** Данное соединение является смешанным, т.к. в нём присутствуют элементы параллельного и последовательного соединения. Расчёт общего сопротивления начинаем с самого элементарного контура, образованного параллельно соединёнными резисторами  $R_5$  и  $R_6$ .

$$\frac{1}{R_{5,6}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}; \quad \frac{1}{R_{5,6}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 (\text{Ом}^{-1});$$

$$R_{5,6} = 1 \text{ Ом.}$$

Сопротивление  $R_4$  соединено с эквивалентным сопротивлением  $R_{5,6}$  последовательно:

$$R_{4,5,6} = R_{5,6} + R_4 = 1 \text{ Ом} + 3 \text{ Ом} = 4 \text{ Ом.}$$

Сопротивление  $R_3$  соединено с эквивалентным сопротивлением  $R_{4,5,6}$  параллельно:

$$\frac{1}{R_{3-6}} = \frac{1}{R_{4-6}} + \frac{1}{R_3};$$

$$\frac{1}{R_{3-6}} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 (\text{Ом}^{-1}); \quad R_{3-6} = 1 \text{ Ом.}$$

Аналогично

$$R_{2-6} = R_{3-6} + R_2 = 1 \text{ Ом} + 1 \text{ Ом} = 2 \text{ Ом.}$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_{1-6}} = \frac{1}{R_{2-6}} + \frac{1}{R_1}; \quad \frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 (\text{Ом}^{-1}).$$

$$R_{\text{общ}} = 1 \text{ Ом.}$$

Расчёт токов начинаем с определения тока в неразветвлённой части цепи ( $I_{\text{общ}}$ ):

$$I_{\text{общ}} = U/R_{\text{общ}} = 10\text{В}/1 \text{ Ом} = 10\text{А.}$$

Сила тока, протекающего через сопротивление  $R_1$ :

$$I_1 = U/R_1 = 10\text{В}/2 \text{ Ом} = 5\text{А} \text{ (т.к. } U_1 = U).$$

При параллельном соединении ток в неразветвлённой цепи равен сумме токов в ветвях:

$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2;$$

$$I_2 = I_{\text{общ}} - I_1 = 10\text{А} - 5\text{А} = 5\text{А.}$$

Падение напряжения на  $R_2$  определим по закону Ома:

$$U_2 = I_2 R_2 = 5\text{А} \cdot 1 \text{ Ом} = 5\text{В.}$$

Напряжение на резисторе  $R_3$ :

$$U_3 = U - U_2 = 10\text{В} - 5\text{В} = 5\text{В.}$$

Сила тока:

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{5\text{В}}{\frac{4}{3} \text{ Ом}} = \frac{15}{4} \text{ А};$$

$$I_4 = I_2 - I_3 = 5\text{А} - \frac{15}{4}\text{А} = \frac{5}{4}\text{А};$$

$$U_4 = I_4 R_4 = \frac{5}{4}\text{А} \cdot 3 \text{ Ом} = \frac{15}{4}\text{В};$$

$$U_5 = U_3 - U_4 = 5\text{В} - \frac{15}{4}\text{В} = \frac{5}{4}\text{В};$$

$$I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{5 \text{ В}}{4 \cdot 2 \text{ Ом}} = \frac{5}{8} \text{ А};$$

$$I_6 = I_4 - I_5 = \frac{5}{4}\text{А} - \frac{5}{8}\text{А} = \frac{5}{8}\text{А.}$$

## ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Связь магнитной индукции  $B$  с напряженностью  $H$  магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H},$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость изотропной среды;

$\mu_0$  – магнитная постоянная.

В вакууме  $\mu=1$ , и тогда магнитная индукция в вакууме:

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}.$$

Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} [d\vec{l} \times \vec{r}] \frac{I}{r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl,$$

где  $d\vec{B}$  – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной  $dl$  с током  $I$ ;

$r$  – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция;

$\alpha$  – угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе проводника.

Магнитная индукция в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где  $R$  – радиус кругового тока.

Магнитная индукция на оси кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где  $h$  – расстояние от центра до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого тока:

$$B = \mu\mu_0 I / 2\pi r_0,$$

где  $r_0$  – расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током (рис. а):

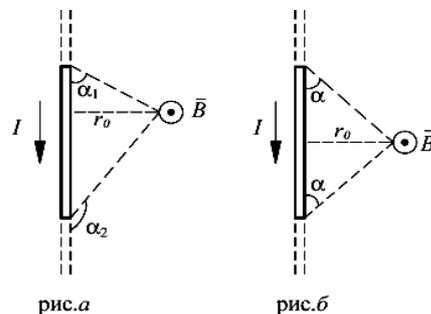
$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Обозначения ясны из рисунка. Направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  обозначено точкой – это значит, что  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис. б):  $-\cos \alpha_2 = \cos \alpha_1 = \cos \alpha$ , тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \cos \alpha.$$

Магнитная индукция поля соленоида:



$$B = \mu \mu_0 n I,$$

где  $n$  – отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (закон Ампера)

$$\vec{F} = I [\vec{l} \cdot \vec{B}] \quad \text{или} \quad F = I B l \cdot \sin \alpha,$$

где  $l$  – длина проводника;

$\alpha$  – угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции  $B$ . Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка проводника. Если поле неоднородное и проводник не является прямым, то закон Ампера можно применять к каждому элементу проводника в отдельности:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \cdot \vec{B}].$$

Сила взаимодействия параллельных проводников с током:

$$F = \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d},$$

где  $d$  – расстояние между проводниками.

Магнитный момент плоского контура с током:

$$\vec{P}_m = \vec{n} I S,$$

где  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали (положительной) к плоскости контура;

$I$  – сила тока, протекающего по контуру;

$S$  – площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещённый в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \cdot \vec{B}], \quad \text{или} \quad M = P_m \cdot B \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$ .

Потенциальная энергия (механическая)\* контура с током в магнитном поле:

$$\Pi_{\text{мех}} = -\vec{P}_m \cdot \vec{B} \quad \text{или} \quad \Pi_{\text{мех}} = -P_m \cdot B \cos \alpha.$$

Отношение магнитного момента  $P_m$  к механическому  $L$  (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите:

$$\frac{P_m}{L} = \frac{1}{2} \frac{q}{m},$$

где  $q$  – заряд частицы;

$m$  – масса частицы.

Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q [\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad \text{или} \quad F = q v B \sin \alpha,$$

где  $v$  – скорость заряженной частицы;

$\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности:

$$\Phi = B S \cos \alpha \quad \text{или} \quad \Phi = B n \cdot S,$$

где  $S$  – площадь контура;

$\alpha$  – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_S B_n \cdot dS$$

(интегрирование ведётся по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток):

$$\psi = N\Phi.$$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу  $N$  витков.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле:

$$A = I\Delta\Phi.$$

Э.Д.С. индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}.$$

Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью  $v$  в магнитном поле:

$$U = Blv\sin\alpha,$$

где  $l$  – длина проводника;

$\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R} \quad \text{или} \quad q = \frac{N\Delta\Phi}{R} = \frac{\Delta\psi}{R},$$

где  $R$  – сопротивление контура.

$$L = \frac{\psi}{I}.$$

Э.Д.С. самоиндукции:

$$\varepsilon_{is} = -L\frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V.$$

где  $n$  – отношение числа витков соленоида к его длине;

$V$  – объём соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением  $R$  и индуктивностью  $L$ :

$$\text{а) } I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (\text{при замыкании цепи}),$$

где  $\varepsilon$  – Э.Д.С. источника тока;

$t$  – время, прошедшее после замыкания цепи;

$$\text{б) } I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (\text{при размыкании цепи}),$$

где  $I_0$  – сила тока в цепи при  $t = 0$ ;

$t$  – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объёмная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объёму):

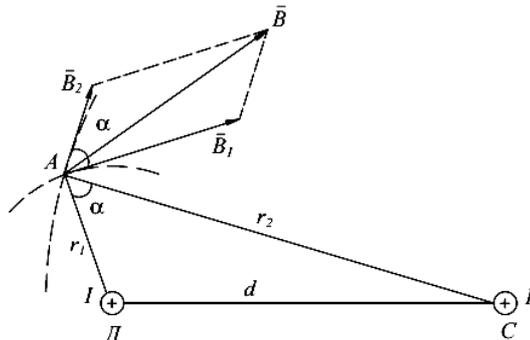
$$\omega = BH/2, \quad \text{или} \quad \omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \quad \text{или} \quad \omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

где  $B$  – магнитная индукция;

$H$  – напряженность магнитного поля.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**ПРИМЕР №1.** Два параллельных бесконечно длинных провода  $D$  и  $C$ , по которым текут в одном направлении электрические токи силой  $I=60A$ , расположены на расстоянии  $d=10cm$  друг от друга.



Определить магнитную индукцию поля, создаваемого проводниками в точке  $A$ , отстоящей от оси одного проводника на расстояние  $r_1=5cm$ , от другого  $r_2=12cm$ .

**РЕШЕНИЕ.** Для нахождения магнитной индукции  $B$  в точке  $A$  воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций  $B_1$  и  $B_2$  полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора  $\vec{B}$  может быть найден по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ .

Магнитные индукции  $B_1$  и  $B_2$  выражаются соответственно через силу тока  $I$  и расстояния  $r_1$  и  $r_2$  от проводов до точки  $A$ :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставляя выражения  $B_1$  и  $B_2$  в формулу (1) и вынося  $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$  за знак корня,

получаем:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}. \quad (2)$$

Вычислим  $\cos \alpha$ . Заметив, что  $\alpha$  равен углу  $ДСА$  (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

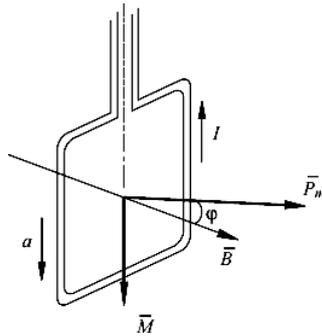
где  $d$  – расстояние между проводами.

Отсюда  $\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}, \quad \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведём вычисления:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} \text{Тл} = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{Тл}.$$

**ПРИМЕР №2.** Плоский квадратный контур со стороной  $a=10\text{см}$ , по которому течёт ток  $I=100\text{А}$ , свободно установился в однородном магнитном поле ( $B=1\text{Тл}$ ). Определить работу  $A$ , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1)  $\varphi_1=90^\circ$ ; 2)  $\varphi_2=3^\circ$ . При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.



**РЕШЕНИЕ.** Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент сил:

$$M = P_m B \sin \varphi, \quad (1)$$

где  $P_m$  – магнитный момент контура;

$B$  – магнитная индукция;

$\varphi$  – угол между вектором  $\vec{P}_m$ , направленным по нормали к контуру, и вектором  $\vec{B}$ .

По условию задачи, в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю ( $M=0$ ), а значит,  $\varphi=0$ , т.е. вектора  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  совпадают по направлению.

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (1), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Т.к. момент сил переменный (зависит от угла поворота  $\varphi$ ), то для подсчёта работы применим формулу работы в дифференциальной форме:

$$dA = M d\varphi.$$

Подставив сюда выражение  $M$  по формуле (1) и учтя, что  $P_m = IS = Ia^2$ , где  $I$  – сила тока в контуре;  $S = a^2$  – площадь контура, получим:

$$dA = IBa^2 \sin \varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдём работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi. \quad (2)$$

1. Работа при повороте на угол  $\varphi_1=90^\circ$ .

$$A_1 = IBa^2 \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi = IBa^2 (-\cos \varphi) \Big|_0^\varphi = IBa^2. \quad (3)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ:  $I=100\text{А}$ ;  $B=1\text{Тл}$ ;  $a=10\text{см}=0,1\text{м}$  и подставим в формулу (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \text{Дж} = 1 \text{Дж}.$$

2. Работа при повороте на угол  $\varphi_2=3^\circ$ . В случае, учитывая, что угол  $\varphi_2$  мал, заменим в выражении (2)  $\sin\varphi \approx \varphi$ :

$$A_1 = I B a^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} I B a^2 \varphi_2^2 . \quad (4)$$

Выразим угол  $\varphi_2$  в радианах. После подстановки числовых значений величин в (4) найдём:

$$A_2 = ? \cdot 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}.$$

Отметим, что задача могла быть решена и другим способом. Известно, что работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока через контур:

$$A = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где  $\Phi_1$  – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения;

$\Phi_2$  – то же, после перемещения.

В случае  $\varphi_1=90^\circ$   $\Phi_1=BS$ ;  $\Phi_2=0$ . Следовательно,

$$A = IBS = Iba^2,$$

что совпадает с полученным выше результатом (3).

**ПРИМЕР №3.** Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U=400\text{В}$ , попал в однородное магнитное поле напряженностью  $H=10\text{А/м}$ . Определить радиус  $R$  кривизны траектории и частоту обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

**РЕШЕНИЕ.** Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца  $F_L$  (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное ускорение:

$$F_L = ma_n,$$

или

$$e v B \cdot \sin\alpha = \frac{mv^2}{R}, \quad (1)$$

где  $e$  – заряд электрона;

$v$  – скорость электрона;

$B$  – магнитная индукция;

$m$  – масса электрона;

$R$  – радиус кривизны траектории;

$\alpha$  – угол между направлением вектора скорости  $v$  и вектором  $B$  (в данном случае  $\vec{v}$  перпендикулярен  $\vec{B}$  и  $\sin\alpha=1$ ).

Из формулы (1) найдём:

$$R = \frac{mv}{eB}. \quad (2)$$

Входящий в равенство (2) импульс  $mv$  может быть выражен через кинетическую энергию  $T$  электрона:

$$mv = \sqrt{2mT}. \quad (3)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U$ , определяется равенством

$$T = eU.$$

Подставив это выражение  $T$  в формулу (3), получим

$$m\nu = \sqrt{2meU}.$$

Магнитная индукция  $B$  может быть выражена через напряженность магнитного поля в вакууме соотношением

$$B = \mu_0 H,$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Подставив найденные выражения  $B$  и  $m\nu$  в формулу (2), определим

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{\mu_0 e H}. \quad (4)$$

Выразим все величины, входящие в формулу (4), в единицах СИ:  $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ,  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ,  $U = 400 \text{ В}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ ,  $H = 10 \text{ А/м}$ . Подставим эти значения в формулу (4) и произведём вычисления:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4,314 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3} \text{ м} = 5,37 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5,37 \text{ см}$$

Для определения частоты обращения  $n$  воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом:

$$n = \frac{\nu}{2\pi R}. \quad (5)$$

Подставим в формулу (5) выражение (2) для радиуса кривизны, получим

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{e}{m} B \quad \text{или} \quad n = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{e}{m} H.$$

Все величины, входящие в эту формулу, ранее были выражены в единицах СИ. Подставим их и произведём вычисления:

$$n = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}}{2,314 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^3 \text{ с}^{-1} = 3,52 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

**ПРИМЕР №4.** В однородном магнитном поле ( $B = 0,1 \text{ Тл}$ ) равномерно с частотой  $n = 100 \text{ об/с}$  вращается рамка, содержащая  $N = 1000$  витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки  $S = 150 \text{ см}^2$ . Определить мгновенное значение Э.Д.С. индукции  $\varepsilon_i$ , соответствующее углу поворота рамки в  $30^\circ$ .

**РЕШЕНИЕ.** Мгновенное значение Э.Д.С. индукции  $\varepsilon_i$  определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}, \quad (1)$$

где  $\psi$  – потокосцепление.

Потокосцепление  $\psi$  связано с магнитным потоком  $\Phi$  и числом  $N$  витков, прилегающих друг к другу соотношением

$$\psi = N\Phi.$$

Подставляя выражения  $\psi$  в формулу (1), получим:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При вращении рамки магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий рамку в момент времени  $t$ , изменяется по закону:

$$\Phi = BS \cos \omega t,$$

где  $B$  – магнитная индукция,

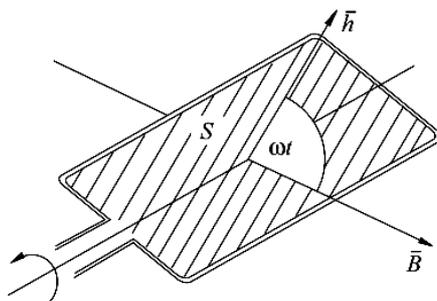
$S$  – площадь рамки,

$\omega$  – круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (2) выражение  $\Phi$  и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение Э.Д.С. индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t. \quad (3)$$

Круговая частота  $\omega$  связана с частотой вращения  $n$  соотношением  $\omega = 2\pi n$ .



Подставляя значение  $\omega$  в формулу (3), получим:

$$\varepsilon_i = 2\pi n NBS \sin \omega t.$$

Выразим физические величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ:  $n = 10 \text{ c}^{-1}$ ;  $N = 10^3$ ;  $S = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ ;  $B = 0,1 \text{ Тл}$ ;  $\omega t = 30^\circ = \pi/6$ , подставив их в формулу (4), произведём вычисления:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 B = 47,1 B.$$

**ПРИМЕР №5.** На железный стержень длиной  $50 \text{ см}$  и сечением  $2 \text{ см}$  намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится  $20$  витков. Определить энергию магнитного поля в сердечнике соленоида, если сила тока в обмотке  $0,5 \text{ А}$ .

**РЕШЕНИЕ.** Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью  $L$ , по обмотке которого течёт ток  $I$ , выражается формулой:

$$W = \frac{1}{2} LI^2. \quad (1)$$

Индуктивность соленоида зависит от числа витков на единицу длины  $n$ , от объёма сердечника  $V$  и от магнитной проницаемости  $\mu$  сердечника, т.е.

$$L = \mu \mu_0 n^2 V, \quad (2)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Магнитную проницаемость можно выразить следующей формулой:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}, \quad (3)$$

где  $B$  – индукция магнитного поля,

$H$  – напряжённость.

Подставив в формулу (1) выражения индуктивности  $L$  и магнитной проницаемости, получим:

$$W = \frac{1}{2} \frac{B}{H} n^2 VI^2.$$

Выразим в этой формуле объём сердечника через его длину и сечение  $S$ :

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{B}{\mu_0} \cdot n^2 l^2 S I . \quad (4)$$

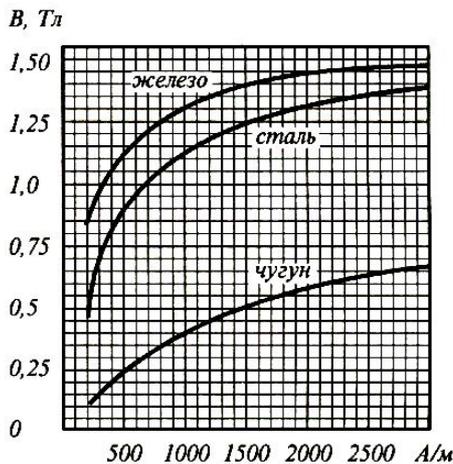
Напряжённость магнитного поля может быть найдена по формуле:

$$H = nI.$$

Подставив данные в единицах СИ ( $n = 2 \cdot 10^3$  витков/м,  $I = 0,5$  А), получим:

$$H = 2 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \text{ А/м} = 10^3 \text{ А/м}.$$

По графику находим, что значению напряжённости магнитного поля  $10^3$  А/м в железе соответствует индукция, равная 1,3Тл.



Выразим теперь все данные, входящие в формулу (4), в единицах СИ:

$$B = 1,3 \text{ Тл} \quad n = 2 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1} \quad S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$H = 10^3 \text{ А/м} \quad I = 0,5 \text{ А} \quad l = 0,5 \text{ м}$$

Подставим эти значения в формулу (4) и произведём вычисления:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,3}{10^3} \cdot (2 \cdot 10^3)^2 \cdot (0,5)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \text{ Дж} = 0,065 \text{ Дж}.$$

**ПРИМЕР №6.** В колебательном контуре, состоящем из индуктивности и ёмкости, максимальный ток в катушке  $I$  А, а максимальное напряжение на конденсаторе  $1000$  В. В момент времени  $1,57 \cdot 10^{-6}$  с, считая от напряжения, равного нулю, энергия в катушке становится равной энергии в конденсаторе. Вычислить период колебаний контура, энергию контура. (Омическое сопротивление считать пренебрежимо малым).

Дано:  $I_0 = I$  А;  $U = 1000$  В;  $t = 1,57 \cdot 10^{-6}$  с;  $W_3 = W_m$ .

**РЕШЕНИЕ.** Находим период колебаний контура. По условию в заданный момент энергия магнитного поля равна энергии электрического поля в конденсаторе. Сумма этих энергий определяет полную энергию  $W$  контура:

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{CU^2}{2}; \quad \frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = W, \quad (1)$$

где  $L$  – индуктивность контура;

$I$  – сила тока в контуре;

$C$  – ёмкость конденсатора;

$U$  – напряжение на пластинах.

Полная энергия контура, выраженная через максимальное напряжение:

$$W = \frac{CU_0^2}{2}. \quad (2)$$

Из (1), (2) определим, что 
$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (3)$$

Используем уравнение гармонического колебания напряжения (отсчёт ведём от напряжения, равного нулю):

$$U = U_0 \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где  $U_0$  – амплитуда напряжения (максимальное напряжение);  
 $T$  – период колебаний;  
 $t$  – время колебания.

С учётом (3) получим  $\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4}$ , отсюда  $T=8t$ . Таким образом, период колебаний в контуре  $T=8 \cdot 1,57 \cdot 10^{-6} = 12,6 \cdot 10^{-6} (с)$ .

Вычислим теперь полную (максимальную) энергию контура. Она равна максимальной энергии электрического поля конденсатора (энергия магнитного поля при этом равна нулю) или максимальной энергии магнитного поля (энергия электрического поля равна нулю):

$$W = \frac{CU_0^2}{2}; \quad (4)$$

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad (5)$$

где  $I_0$  – максимальный ток в катушке. Используя формулу Томсона  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , получим:

$$\sqrt{LC} = \frac{T}{2\pi}. \quad (6)$$

Перемножая (4) и (5) и извлекая корень, определим:

$$W = \frac{I_0 U_0 \sqrt{LC}}{2}$$

и с учётом (6) получим:

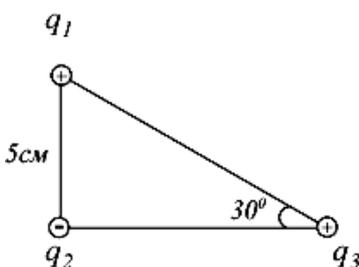
$$W = \frac{I_0 U_0 T}{4\pi}.$$

Вычисляем полную энергию:

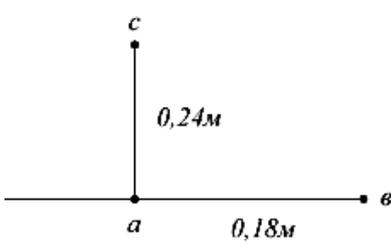
$$W = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 12,6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14} = 0,001 (Дж).$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2.

### ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

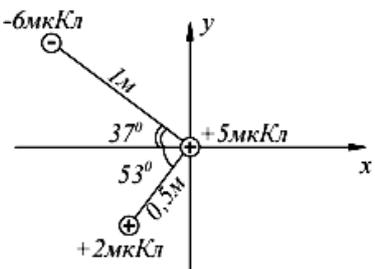
301.  Какая сила действует на заряд  $q_3 = 3 \text{ мкКл}$ ?  $q_1 = 2 \text{ мкКл}$ ,  $q_2 = -3 \text{ мкКл}$ .

302. Шарик маятника массой  $2 \text{ г}$  висит в горизонтальном электрическом поле с напряженностью  $E = 5000 \text{ Н/Кл}$ . В положении равновесия нить маятника образует угол  $25^\circ$  с вертикалью. Каков заряд маятника?

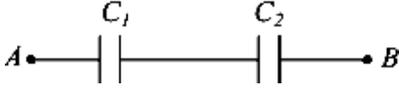
303.   $q_a = 14 \text{ нКл}$ ,  $q_b = -26 \text{ нКл}$ ,  $q_c = 21 \text{ нКл}$ . Определить силу, действующую на заряд  $q_c$ .

304. Заряженный шарик висит на нити в вертикальном электрическом поле напряженностью  $E = 2000 \text{ Н/Кл}$ . Когда поле направлено вверх, сила натяжения нити  $0,048 \text{ Н}$ . Когда поле направлено вниз – сила натяжения равна нулю. Определить массу и заряд шарика.

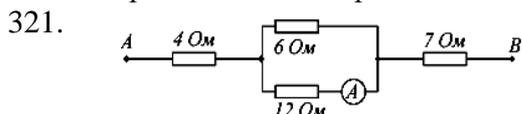
305. В вершинах квадрата расположены отрицательные заряды  $-5 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$ . Определить, какой положительный заряд необходимо поместить в центре квадрата, чтобы система зарядов оказалась в равновесии.

306.  Найти силу, действующую на заряд, расположенный в начале координат.

307. В воздухе на расстоянии  $6 \text{ см}$  друг от друга находятся два точечных заряда  $q_1 = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$  и  $q_2 = -4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ . Найти напряженность и потенциал поля в точке, отстоящей на расстоянии  $5 \text{ см}$  от положительного заряда и  $4 \text{ см}$  от отрицательного.

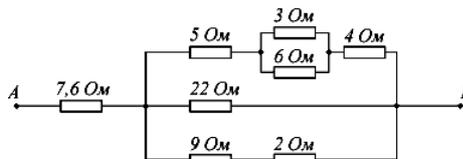
308. Расстояние между пластинами плоского конденсатора  $d=4\text{см}$ . Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии от положительной пластины встретятся электрон и протон?
309. Найти отношение скорости ионов  $\text{C}^+$  и  $\text{K}^+$ , прошедших одинаковую разность потенциалов.
310. Электрон, движущийся со скоростью  $V_0=40000\text{ км/с}$ , влетает в конденсатор параллельно его пластинам. Длина пластины конденсатора  $6\text{см}$ , расстояние между ними  $0,5\text{см}$ . К конденсатору приложено напряжение  $40\text{В}$ . На сколько увеличится скорость электрона по выходе его из конденсатора по сравнению с первоначальной?
311. Пылинка массой  $5\text{нг}$ , несущая на себе  $10$  электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов  $1\text{МВ}$ . Какую скорость и кинетическую энергию приобрела пылинка?
312. Протон и  $\alpha$  - частица, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения  $\alpha$  - частицы?
313. Электрон, проходя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрёл скорость  $v=10^5\text{ м/с}$ . Расстояние между пластинами  $8\text{мм}$ . Найти: 1) разность потенциалов между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах.
314. Электрон с начальной скоростью  $v_0=3\text{Мм/с}$  влетает в однородное электрическое поле напряженностью  $E=150\text{В/м}$  перпендикулярно силовым линиям. Определить: 1) силу, действующую на электрон; 2) ускорение, приобретаемое электроном; скорость электрона через  $t=0,1\text{мкс}$ .
315.  Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  равна  $6\text{В}$ . Ёмкость первого конденсатора  $c_1=2\text{мкф}$  и ёмкость второго конденсатора  $c_2=4\text{мкф}$ . Найти заряды  $q_1$  и  $q_2$  и разность потенциалов  $U_1$  и  $U_2$  на обкладках каждого конденсатора.
316. Площадь пластины плоского воздушного конденсатора  $S=0,01\text{м}^2$ , расстояние между ними  $d_1=2\text{см}$ . К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов  $U=3\text{кВ}$ . Какова будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния  $d_2=5\text{см}$ . На сколько при этом изменится энергия конденсатора?
317. Два конденсатора ёмкостью  $5$  и  $7\text{мкф}$  последовательно подсоединены к источнику с разностью потенциалов  $200\text{В}$ . Какова будет величина зарядов и разность потенциалов батареи, если конденсаторы отсоединить от источника и соединить параллельно?
318. Пластины плоского воздушного конденсатора площадью  $150\text{см}^2$  раздвигаются так, что расстояние между ними увеличивается с  $5$  до  $14\text{см}$ . Какую работу необходимо при этом произвести, если конденсатор всё время подключен к источнику тока с напряжением  $380\text{В}$ .
319. К батарее с Э.Д.С.  $300\text{В}$  подключены конденсаторы ёмкостями  $c_1=2\text{нФ}$  и  $c_2=3\text{нФ}$ . Определить заряд  $q$  и напряжение  $U$  на пластинах конденсаторов при последовательном и параллельном их соединении.

320. Конденсатор ёмкостью  $c_1=3\text{мкФ}$  был заряжен до разности потенциалов  $40\text{В}$ . После отключения от источника тока конденсатор был соединён параллельно с другим незаряженным конденсатором ёмкостью  $c_2=5\text{мкФ}$ . Какая энергия израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

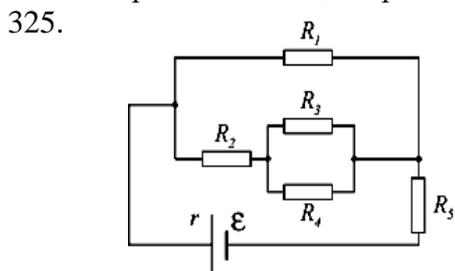


Амперметр показывает  $1\text{А}$ . Определить токи, протекающие через каждое из сопротивлений, и напряжение между точками  $A$  и  $B$ .

322. Найти общее сопротивление цепи. Какой ток потечёт через сопротивление  $22\text{Ом}$ , если между точками  $AB$  приложить напряжение  $10\text{В}$ ?

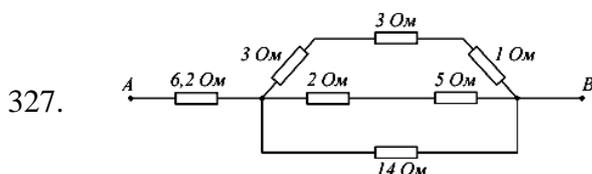


323. Две группы из трёх последовательно соединённых элементов соединены параллельно. Э.Д.С. каждого элемента равна  $1,2\text{В}$ ; внутреннее сопротивление  $0,2\text{Ом}$ . Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление  $1,5\text{Ом}$ . Найти силу тока во внешней цепи.
324. В сеть с напряжением  $100\text{В}$  подключили катушку с сопротивлением  $R_1=2\text{кОм}$  и вольтметр, соединённые последовательно. Показание вольтметра  $80\text{В}$ . Когда катушку заменили другой, вольтметр показал  $60\text{В}$ . Определить сопротивление  $R_2$  второй катушки.



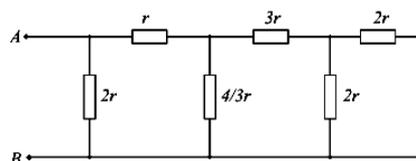
Найти ток через сопротивление  $R_4$ , если  $R_3=6\text{ Ом}$ ;  $r=0,5\text{ Ом}$ ;  $\varepsilon=12\text{В}$ ;  $R_1=12\text{ Ом}$ ;  $R_2=4\text{ Ом}$ ;  $R_4=3\text{ Ом}$ ;  $R_5=5\text{ Ом}$ .

326. Имеется два одинаковых элемента с Э.Д.С.  $2\text{В}$  и внутренним сопротивлением  $0,3\text{ Ом}$ . Как надо соединить эти элементы (параллельно или последовательно), чтобы получить больший ток, если внешнее сопротивление а)  $0,2\text{ Ом}$ ; б)  $16\text{ Ом}$ . Найти ток в каждом случае.

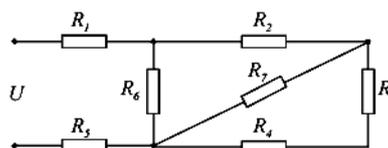


Какие токи потекут через резисторы, если к точкам  $AB$  подключить батарею  $18\text{В}$ ?

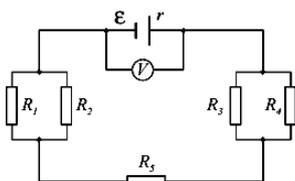
328. Вычислить сопротивление контура. Какой ток потечёт через резисторы, если контур подключить точками  $A$  и  $B$  к источнику напряжения  $10\text{В}$ ?  $r=1\text{ Ом}$ .



329. Определить сопротивление цепи и ток, проходящий по сопротивлению  $R_7$ , если  $U=4,62В$ ;  $R_1=R_5=1\text{ Ом}$ ;  $R_2=R_4=2\text{ Ом}$ ;  $R_3=R_6=5\text{ Ом}$ ;  $R_7=7\text{ Ом}$ .

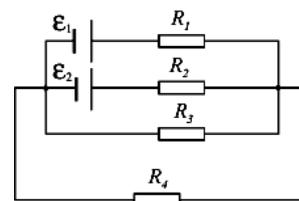


330.

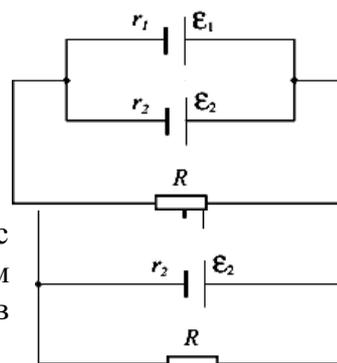


Определить силу тока в каждом из сопротивлений, если вольтметр показывает  $3В$ , а сопротивления равны  $R_1=10\text{ Ом}$ ;  $R_2=1,5\text{ Ом}$ ;  $R_3=2\text{ Ом}$ ;  $R_4=3\text{ Ом}$ ;  $R_5=0,2\text{ Ом}$ .

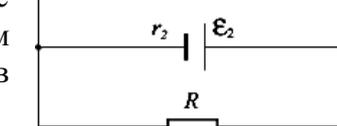
331. Определить напряжение на сопротивлениях:  $R_1=2\text{ Ом}$ ;  $R_2=R_3=4\text{ Ом}$ ;  $R_4=2\text{ Ом}$ , если  $\varepsilon_1=10В$ ,  $\varepsilon_2=4В$ , сопротивлениями источников тока пренебречь.



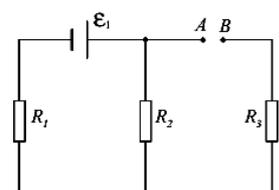
332. Определить напряжение на зажимах реостата, если  $\varepsilon_1=5В$ ,  $\varepsilon_2=3В$ ,  $r_1=1\text{ Ом}$ ,  $r_2=0,5\text{ Ом}$ ,  $R=3\text{ Ом}$ .



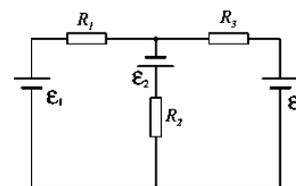
333. Сопротивление  $R=4\text{ Ом}$  подключено к двум параллельно соединенным источникам тока с  $\varepsilon_1=2,2\text{ В}$  и  $\varepsilon_2=1,4\text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r_1=0,6\text{ Ом}$  и  $r_2=0,4\text{ Ом}$ . Определить ток в сопротивлении  $R$ .



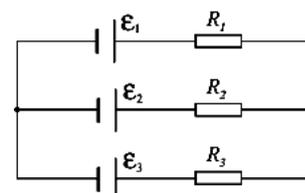
334. Три сопротивления  $R_1=5\text{ Ом}$ ;  $R_2=1\text{ Ом}$  и  $R_3=3\text{ Ом}$ , а также источник тока  $\varepsilon_1=1,4\text{ В}$  соединены, как показано на рисунке. Определить Э.Д.С. источника, который надо подключить в цепь между точками  $A$  и  $B$ , чтобы в сопротивлении  $R_3$  шел ток  $1А$  в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источника тока пренебречь.



335. Три источника тока с  $\varepsilon_1=2,5\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2=2\text{ В}$  и  $\varepsilon_3=1,5\text{ В}$  и три сопротивления  $R_1=2\text{ Ом}$ ;  $R_2=3\text{ Ом}$  и  $R_3=0,8\text{ Ом}$  соединены, как показано на схеме. Определить токи в сопротивлениях. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

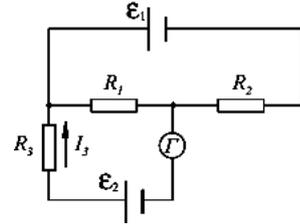


336. Три источника с Э.Д.С  $\varepsilon_1=2,5\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2=2\text{ В}$  и  $\varepsilon_3=1,5\text{ В}$  и сопротивления  $R_1=2\text{ Ом}$ ;  $R_2=3\text{ Ом}$  и  $R_3=0,8\text{ Ом}$

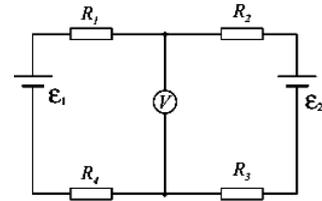


соединены, как показано на схеме. Определить токи в сопротивлениях. Сопротивлениями источников пренебречь.

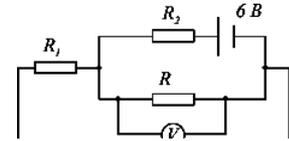
337.  $R_1=100 \text{ Ом}$ ;  $R_2=50 \text{ Ом}$  и  $R_3=20 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_1=2 \text{ В}$ . Гальванометр регистрирует силу тока  $I_3=50 \text{ мА}$ , идущего в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элемента пренебречь. Определить значение  $\varepsilon_2$ .



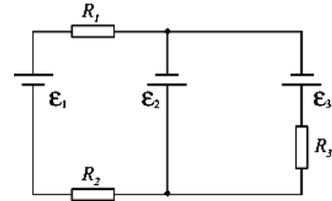
338. Что показывает вольтметр?  $R_v=300 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_1=\varepsilon_2=2,2 \text{ В}$ ;  $R_1=100 \text{ Ом}$ ;  $R_2=200 \text{ Ом}$ ;  $R_3=300 \text{ Ом}$ ;  $R_4=400 \text{ Ом}$ .



339. Вольтметр показывает  $5 \text{ В}$ , амперметр —  $2 \text{ А}$ . Определить  $R$  и  $\varepsilon$ , если  $R_1=2 \text{ Ом}$ ;  $R_2=3 \text{ Ом}$ ;  $R_3=10 \text{ Ом}$ .



340. Найти падение напряжения на резисторах  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , если  $\varepsilon_1=5 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2=2 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_3=3 \text{ В}$ ,  $R_1=2 \text{ кОм}$ ;  $R_2=1 \text{ кОм}$ ;  $R_3=4 \text{ кОм}$ .



341. По сети длиной  $5 \text{ км}$  необходимо передать энергию от источника с напряжением  $110 \text{ В}$ , имеющего мощность  $5 \text{ кВт}$ . Какого минимального сечения должен быть медный провод, чтобы потери энергии в сети не превышали  $10\%$  от мощности источника?  
 $\rho_{\text{меди}}=1,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .
342. Аккумулятор с Э.Д.С.  $\varepsilon=2,2 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r=0,1 \text{ Ом}$  замкнут медной проволокой, масса которой равна  $m=30,3 \text{ г}$ . Сопротивление проволоки подобрано так, что во внешней цепи выделяется наибольшая мощность. На сколько нагревается проволока в течение времени  $t=5 \text{ мин}$ ?  
Удельная теплоёмкость меди  $c=378 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$
343. Электрическая плитка включена в цепь генератора с Э.Д.С.  $110 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $4 \text{ Ом}$ . Амперметр, включенный последовательно с плиткой, показывает силу тока  $2,5 \text{ А}$ . Чему равен КПД плитки, если  $1 \text{ л}$  воды можно вскипятить за  $0,5 \text{ ч}$ ? Начальная температура воды  $4^\circ \text{ С}$ .
344. На изготовление кипятильника израсходована нихромовая проволока, объёмом  $V=10 \text{ см}^3$ . Сколько воды можно нагревать ежеминутно этим кипятильником от  $10$  до  $100^\circ \text{ С}$  при плотности тока в кипятильнике

$j=3A/mm^2$ ? Кпд кипятильника 70%. Удельное сопротивление нихрома  $1,1 \cdot 10^{-6}$  Ом·м.

345. Батарея состоит из 5 последовательно соединённых элементов. Каждый элемент имеет Э.Д.С.  $1,5В$  и внутреннее сопротивление  $0,3$  Ом. При какой нагрузке полезная мощность батареи будет максимальной? Какой при этом ток в нагрузке? Какую полезную мощность даёт при этом батарея?
346. Сопротивление однометровой длины медного провода  $8,1 \cdot 10^{-3}$  Ом. Сколько энергии теряется в секунду в каждом метре при токе  $20А$ ? Площадь сечения провода  $2,1 \cdot 10^{-6} м^2$ . За сколько времени ток нагреет провод на  $5^{\circ}C$ ?
347. При замыкании на проводник сопротивлением  $5$  Ом сила тока, создаваемого батареей элементов, равна  $1А$ . Сила тока короткого замыкания батареи равна  $6А$ . Какую наибольшую полезную мощность может дать батарея элементов?
348. Требуется изготовить нагревательную спираль мощностью  $0,5кВт$ , предназначенную для включения на  $220В$ . Сколько метров нужно взять для этого нихромовой проволоки ( $\rho$  нихрома  $=1,05 \cdot 10^{-6}$  Ом·м) диаметром  $0,4мм$ ?
349. От батареи с Э.Д.С.  $600В$  требуется передать энергию на расстояние  $1км$ . Потребляемая мощность  $5кВт$ . Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводных проводов  $0,5см$ .
350. Э.Д.С. батареи  $\varepsilon=80В$ , внутреннее сопротивление  $r=5$  Ом. Внешняя цепь потребляет мощность  $100Вт$ . Определить силу тока в цепи, напряжение, под которым находится внешняя цепь, и её сопротивление.

## ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

401. Из проволоки диаметром  $1мм$  надо намотать соленоид, внутри которого должна быть напряженность магнитного поля  $24кА/м$ . По проволоке можно пропустить предельный ток  $6А$ . Из какого числа слоёв будет состоять обмотка соленоида, если витки наматывать вплотную друг к другу?
402. В средней части длинного соленоида находится отрезок проводника с током  $4А$  и длиной  $2см$ , который расположен перпендикулярно оси соленоида. На этот отрезок проводника действует сила  $1 \cdot 10^{-5}Н$ . Определить ток к обмотке соленоида при условии, что на  $1см$  длины соленоида приходится  $10$  витков и сердечник отсутствует.
403. По изолированному проводнику, имеющему форму кольца радиусом  $25см$ , течет ток  $15А$ . Два прямых провода – один в плоскости кольцевого проводника, другой – перпендикулярно ей – касаются кольцевого проводника в точках, лежащих на противоположных концах диаметра. Токи в проводниках равны  $10А$  и  $20А$  соответственно (проводники считать бесконечно длинными). Определить напряженность магнитного поля в центре кольцевого проводника при произвольно выбранном направлении токов.

404. Длина чугунного тороида по средней линии равна  $1,2\text{ м}$ . По обмотке течет ток, величина которого поддерживается постоянной. Магнитный поток в узком вакуумном зазоре шириной  $8\text{ мм}$  равен  $6 \cdot 10^{-4}\text{ Вб}$ . Определить величину зазора, при которой магнитный поток в зазоре возрастает вдвое. Сечение тора  $20\text{ см}^2$  (см. график стр. 49).
405. Обмотка тороида содержит  $10$  витков на  $1\text{ см}$  длины. Индукция магнитного поля в сердечнике  $1,3\text{ Тл}$ . Железный сердечник заменили стальным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной (см. график стр. 49).
406. Замкнутый соленоид с железным сердечником имеет обмотку, содержащую  $10$  витков на каждый сантиметр длины. По обмотке течет ток силой  $2\text{ А}$ . Определить магнитный поток, если площадь его сечения  $5\text{ см}^2$  (см. график стр. 49).
407. На железное кольцо намотано в один слой  $500$  витков провода. Длина средней линии кольца  $60\text{ см}$ . По проводу течёт ток силой  $1,2\text{ А}$ . Какова магнитная проницаемость железа при этих условиях (см. график стр. 49)?
408. Ток силой  $20\text{ А}$ , протекая по кольцу из медной проволоки сечением  $1\text{ мм}^2$ , создаёт в центре кольца напряженность магнитного поля  $178\text{ А/м}$ . Какая разность потенциалов приложена к концам проволоки, образующей кольцо?
409. Под влиянием однородного магнитного поля в нем движется с ускорением  $0,2\text{ м/с}^2$  прямолинейный алюминиевый проводник сечением  $1\text{ мм}^2$ . По проводнику течет ток  $5\text{ А}$ , и его направление перпендикулярно полю. Вычислить индукцию поля.
410. По двум параллельным проводникам текут токи  $8\text{ А}$  и  $12\text{ А}$ . Расстояние между проводниками  $20\text{ см}$ . Найти геометрическое место точек, в которых индукция поля токов равна нулю. Направление токов выбрать самостоятельно. Решение пояснить чертежом.
411. Протоны в магнитном поле с индукцией  $5 \cdot 10^{-2}\text{ Тл}$  движутся в вакууме по дуге окружности радиусом  $50\text{ см}$ . Какую ускоряющую разность потенциалов они должны были пройти?
412. Заряд движется в вакууме прямолинейно со скоростью  $10^5\text{ м/с}$  во взаимно перпендикулярных магнитном и электрическом полях. Каково должно быть отношение напряженностей этих полей, чтобы имело место такое движение?
413. Электрон влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Скорость электрона  $4 \cdot 10^7\text{ м/с}$ . Индукция магнитного поля  $1\text{ мТл}$ . Найти тангенциальное  $a_\tau$  и  $a_n$  нормальное ускорения электрона в магнитном поле.
414. Протон и  $\alpha$  – частица влетают в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно направлению их движения. Во сколько раз период обращения  $T_1$  протона в магнитном поле больше периода обращения  $T_2$   $\alpha$  – частицы?
415. Найти отношение  $q/m$  для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью  $10^6\text{ м/с}$  в однородное магнитное поле напряженностью  $200\text{ кА/м}$ , движется по дуге окружности радиусом  $8,3\text{ см}$ . Направление скорости частицы перпендикулярно к направлению магнитного поля.
416. Магнитное поле напряженностью  $H=8\text{ кА/м}$  и электрическое поле напряженностью  $E=1\text{ кВ/м}$  направлены одинаково. Электрон, ускоренный

- разностью потенциалов  $3000\text{В}$ , влетает в электромагнитное поле: а) параллельно направлению электрического поля; б) перпендикулярно направлению электрического поля. Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорение электрона.
417. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус  $R_p$  траектории протона больше радиуса кривизны  $R_e$  траектории электрона?
418. Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $300\text{В}$ , движется параллельно прямолинейному длинному проводу с током  $5\text{А}$  на расстоянии  $4\text{мм}$  от него. Какая сила действует на электрон?
419. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом  $30^\circ$  к направлению поля и движется по винтовой линии радиусом  $1,5\text{см}$ . Индукция магнитного поля  $0,1\text{Тл}$ . Найти кинетическую энергию протона.
420. Однозарядные ионы изотопов калия с относительными атомными массами  $39$  и  $41$  ускоряются разностью потенциалов  $300\text{В}$ ; затем они попадают в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению их движения. Индукция магнитного поля  $B=0,08\text{Тл}$ . Найти радиус кривизны  $R_1$  и  $R_2$  траекторий этих ионов.
421. Проводник длиной  $0,6\text{м}$ , сопротивлением  $0,025\ \text{Ом}$  движется поступательно в плоскости, перпендикулярной магнитному полю с индукцией  $0,5 \cdot 10^{-3}\text{Тл}$ . По проводнику течет ток  $4\text{А}$ . Скорость движения проводника  $0,8\text{м/с}$ . Какая мощность больше: затраченная на перемещение проводника в магнитном поле или на его нагревание? Во сколько раз?
422. Катушка гальванометра, состоящая из  $400$  витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной  $3\text{см}$  и шириной  $2\text{см}$ , подвешена на нити в магнитном поле с индукцией  $0,1\text{Тл}$ . По катушке течёт ток  $I=0,1\text{мкА}$ . Найти вращающий момент, действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки составляет угол  $60^\circ$  с направлением магнитного поля.
423. В плоскости, перпендикулярной магнитному полю напряжённостью  $100\text{А/м}$ , вращается прямолинейный проводник длиной  $1\text{м}$  относительно оси, проходящей через конец проводника. По проводнику протекает ток  $10\text{А}$ , частота вращения проводника  $50\text{с}^{-1}$ . Определить работу вращения проводника за  $10\text{мин}$ .
424. В однородном магнитном поле с индукцией  $0,5\text{Тл}$  движется равномерно проводник длиной  $10\text{см}$ . По проводнику течет ток  $2\text{А}$ . Скорость движения проводника  $20\text{см/с}$  и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти работу перемещения проводника за время  $10\text{с}$  и мощность, затраченную на это перемещение.
425. Плоская круглая рамка диаметром  $10\text{см}$  с током  $20\text{А}$  расположена параллельно линиям магнитной индукции. На сколько изменится вращающий момент, действующий на рамку, при повороте плоскости рамки на угол  $60^\circ$  к направлению поля? Напряженность магнитного поля  $20\text{А/м}$ , среда – воздух.
426. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого провода радиусом  $10\text{см}$ , течет ток силой  $100\text{А}$ . Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией собственного магнитного поля кольца. Определить работу внешних сил, которые, действуя на провод, деформировали его и придали форму квадрата. Работой против упругих сил пренебречь.

427. Плоская круглая рамка состоит из 20 витков радиусом 2 см, и по ней протекает ток в 1 А. Нормаль к рамке составляет угол  $90^\circ$  с направлением магнитного поля напряженностью 30 А/м (среда – воздух). На сколько изменится вращающий момент, действующий на рамку, если из 20 витков рамки выполнить один круглый виток?
428. Виток, по которому течет ток силой  $I=20\text{А}$ , свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,016\text{Тл}$ . Диаметр витка равен 10 см. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол  $\alpha=\pi/3$  относительно оси, совпадающей с диаметром.
429. Квадратная плоская катушка со сторонами 4 см выполнена из медной проволоки диаметром 0,4 мм. К выводам катушки приложено напряжение 1 В. Какой вращающий момент действует на катушку, если её плоскость составляет угол  $60^\circ$  с направлением магнитного поля напряженностью 100 А/м (среда – воздух).
430. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной 10 см, течет ток силой 20 А, сила которого поддерживается неизменной. Плоскость квадрата составляет угол  $20^\circ$  с линиями индукции однородного магнитного поля индукцией 0,1 Тл. Вычислить работу, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить провод за пределы поля.
431. С какой скоростью движется перпендикулярно однородному магнитному полю напряженностью 500 А/м ( $\mu=1$ ) прямой проводник длиной 30 см и сопротивлением 0,1 Ом? При замыкании проводника по нему пошел ток 0,01 А. (Влияние замыкающего провода не учитывать).
432. В магнитном поле индукцией  $B=0,05\text{Тл}$  вращается стержень длиной 1 м с угловой скоростью  $\omega=20\text{рад/с}$ . Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна магнитному полю. Найти Э.Д.С. индукции, возникающую на концах стержня.
433. Тонкий медный провод массой 5 г согнут в виде квадрата и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородном магнитном поле ( $B=0,2\text{Тл}$ ) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд, который потечёт по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.
434. Рамка площадью  $S=100\text{см}^2$  равномерно вращается с частотой  $n=5\text{с}^{-1}$  относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям магнитной индукции однородного магнитного поля ( $B=0,5\text{Тл}$ ). Определить среднее Э.Д.С. индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от 0 до максимального значения.
435. На соленоид длиной 10 см и площадью поперечного сечения  $S=15\text{см}^2$  надет проволочный виток того же диаметра. Обмотка соленоида имеет 160 витков, и по нему идёт ток  $I=3\text{А}$ . Сердечник соленоида железный. Какая средняя Э.Д.С. индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде включается в течение  $\Delta t=2\text{мс}$ ?
436. В однородном магнитном поле, индукция которого  $B=0,1\text{Тл}$ , равномерно вращается катушка, состоящая из  $N=100$  витков проволоки. Частота вращения катушки  $n=5\text{с}^{-1}$ ; площадь поперечного сечения катушки  $S=0,01\text{м}^2$ . Ось вращения перпендикулярна к оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальную Э.Д.С. индукции во вращающейся катушке.

437. На соленоид длиной  $l=21\text{см}$  и площадью поперечного сечения  $S=10\text{см}^2$  надета катушка, состоящая из 50 витков. Катушка соединена с баллистическим гальванометром сопротивлением  $R=1\text{кОм}$ . По обмотке соленоида, состоящей из 200 витков, идет ток  $I=5\text{А}$ . Найти цену деления гальванометра, если при выключении тока в соленоиде гальванометр даёт отброс, равный 30 делениям шкалы. Сопротивлением катушки по сравнению с сопротивлением баллистического гальванометра пренебречь.
438. Круглую рамку диаметром  $8\text{см}$ , расположенную под углом  $10^\circ$  к направлению поля, деформировали так, что она стала квадратной. Затем её повернули перпендикулярно полю, напряженность которого  $5000\text{А/м}$  (воздух). Какое количество электричества индуцировалось в рамке, если её сопротивление  $0,001\text{Ом}$ ?
439. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит 500 витков. Длина сердечника  $50\text{см}$ . Как и во сколько раз изменится индуктивность соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастает от  $0,1\text{А}$  до  $1\text{А}$ .
440. Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет 251 виток. Средний диаметр тороида равен  $8\text{см}$ , диаметр витков равен  $2\text{см}$ . На тороид намотана вторичная обмотка, имеющая 100 витков. При замыкании первичной обмотки в ней в течение  $1\text{мс}$  устанавливается ток  $3\text{А}$ . Найти среднюю Э.Д.С. индукции, возникающую во вторичной обмотке.
441. Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки индуктивности. Вычислить энергию контура, если максимальный ток в катушке равен  $1,2\text{А}$ , а максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора составляет  $1200\text{В}$ , частота колебания контура  $10^5\text{с}^{-1}$  (потерями пренебречь).
442. Максимальная энергия магнитного поля колебательного контура равна  $10^{-3}\text{Дж}$  при токе  $0,8\text{А}$ . Чему равна частота колебаний контура, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора составляет  $1200\text{В}$ ?
443. Период колебаний контура, состоящего из индуктивности и ёмкости, составляет  $10^{-5}\text{с}$ . Чему равен максимальный ток в катушке, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора составляет  $900\text{В}$ ? Максимальная энергия электрического поля равна  $9 \cdot 10^{-4}\text{Дж}$ .
444. В колебательный контур входит индуктивность  $5 \cdot 10^{-3}\text{Гн}$  и плоский конденсатор с диэлектриком из стекла. Расстояние между обкладками конденсатора  $6\text{мм}$ , площадь обкладки  $90\text{см}^2$ . На сколько изменится частота и период колебаний контура, если стеклянную прослойку конденсатора заменить воздушной?
445. В колебательном контуре с периодом  $10^{-5}\text{с}$  напряжение на конденсаторе в момент времени  $2,5 \cdot 10^{-6}\text{с}$  (считая от напряжения, равного нулю) составляет  $500\text{В}$ . Найти ёмкость конденсатора при общей энергии контура  $10^{-3}\text{Дж}$ .
446. Напряжение на конденсаторе в колебательном контуре изменяется в соответствии с уравнением  $U=1000\sin 2\pi \cdot 10^6 t$ . Во сколько раз максимальная энергия конденсатора больше энергии для момента времени  $1/6 \cdot 10^{-6}\text{с}$ , считая от максимального напряжения.
447. Ток в катушке колебательного контура изменяется в соответствии с уравнением  $I=I_0\cos 2\pi vt$ . Частота колебательного контура  $10^6\text{Гц}$ . В какой

ближайший момент времени энергия магнитного поля катушки станет равной энергии электрического поля конденсатора?

448. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C=2,22\text{нФ}$  и катушки длиной  $l=20\text{см}$  из медной проволоки диаметром  $d=0,5\text{мм}$ . Найти логарифмический декремент затухания колебаний.
449. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C=405\text{нФ}$ , катушки с индуктивностью  $L=10\text{мГн}$  и сопротивления  $R=2\text{ Ом}$ . Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебания?
450. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C=7\text{мкФ}$ , катушки с индуктивностью  $L=0,23\text{Гн}$  и сопротивления  $R=400\text{ Ом}$ . Обкладки конденсатора имеют заряд  $q=0,5\text{мКл}$ . Найти период колебаний  $T$  контура и логарифмический декремент затухания колебаний. Написать уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора. Найти разность потенциалов в моменты времени, равные  $T/2$ ;  $T$ ;  $3T/2$  и  $2T$ .

Основные физические постоянные  
(округлённые значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	$g$	9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> )
Постоянная Авогадро	$N_a$	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	$R$	8,31 Дж/(моль·К)
Молярный объём идеального газа при нормальных условиях	$V_\mu$	$22,4 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup> /моль
Постоянная Больцмана	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	$e$	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	$c$	$3,00 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma$	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м <sup>2</sup> К <sup>4</sup> )
Постоянная закона смещения Вина	$b$	$2,90 \cdot 10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	$h$	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar$	$1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	$R$	$1,10 \cdot 10^7$ м <sup>-1</sup>
Радиус Бора	$a$	$0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda$	$2,43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B$	$0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м <sup>2</sup>
Энергия ионизации атома водорода	$E_i$	$2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж (13,6эВ)
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

## I. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЕДИНИЦАХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота (количество теплоты)	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Поток электрического смещения	кулон	Кл
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая ёмкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещённость	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Доза излучения (поглощённая доза излучения)	грей	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Множители и приставки для образования десятичных, кратных  
и дольных единиц и их наименование

Множитель	Приставки		Пример	
	наименование	обозначение		
$10^{18}$	экса	Э	эксаметр	Эм
$10^{15}$	пета	П	петагерц	ПГц
$10^{12}$	тера	Т	тераджоуль	ТДж
$10^9$	гига	Г	гиганьютон	ГН
$10^6$	мега	М	мегаом	МОм
$10^3$	кило	К	километр	км
$10^2$	гекто	Г	гектоватт	гВ
$10^1$	дека	да	декалитр	дал
$10^{-1}$	деци	д	дециметр	дм
$10^{-2}$	санти	с	сантиметр	см
$10^{-3}$	милли	м	миллиампер	мА
$10^{-6}$	микро	мк	микровольт	мкВ
$10^{-9}$	нано	н	наносекунда	нс
$10^{-12}$	пико	п	пикофарад	пф
$10^{-15}$	фемто	ф	фемтограмм	фг
$10^{-18}$	атто	а	аттокулон	аКл

Внесистемные единицы, допущенные к применению наравне с единицами СИ  
(в соответствии со стандартом СЭВ 1052-78  
“Метрология, Единицы физических величин”)

Величина	Наименование	Единица обозначения	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна	т	$10^3$ кг
	атомная единица массы	а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Объём, вместимость	литр	л	$10^{-3}$ м <sup>3</sup>
Плоский угол	градус	... <sup>0</sup>	$1,74 \cdot 10^{-2}$ рад
	минута	...'	$2,91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	...''	$4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
Работа, энергия	электрон-вольт	эВ	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Относительная величина	единица (число 1)	---	1
	процент	%	$10^{-2}$
Логарифмическая величина	бел	Б	--
	децибел	дБ	--
Температура	градус Цельсия	<sup>0</sup> С	$1^{\circ}\text{C} = 1\text{K}$

## Соотношения между внесистемными единицами и единицами СИ

### Единицы пространства и времени. Единицы механических величин

Длина	1ангстрем (А)= $10^{-10}$ м = $10^{-8}$ см
Время	1сут = 86400с
	1год = 365,25сут = $3,16 \cdot 10^7$ с
Плоский угол	$1^0 = \pi/180$ рад = $1,75 \cdot 10^{-2}$ рад
	$1' = \pi/180 \cdot 10^{-2}$ рад = $2,91 \cdot 10^{-4}$ рад
	$1'' = \pi/180 \cdot 10^{-3}$ рад = $4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
Объём, вместимость	1л = $10^{-3}$ м <sup>3</sup> = $10^3$ см <sup>3</sup>
Масса	1т = $10^3$ кг
	1а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Сила	1кгс = 9,81Н
Работа, энергия	1кгс·м = 9,81Дж
	1Вт·ч = $3,6 \cdot 10^3$ Дж
	1эВ = $1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Мощность	1л.с. = 736 Вт
Давление	1кгс/см <sup>2</sup> = $9,81 \cdot 10$ Па
	1мм.рт.ст.=133 Па
	1бар = $10^5$ Па
	1атм = $1,01 \cdot 10^5$ Па
Напряжение (механическое)	1кгс/мм <sup>2</sup> = $9,81 \cdot 10^6$ Па
Частота вращения	1об/с = $1$ с <sup>-1</sup>
	1об/мин = $1/60$ с <sup>-1</sup>
Волновое число	1см <sup>-1</sup> = $100$ м <sup>-1</sup>

### Единицы величин молекулярной физики и термодинамики

Концентрация частиц	1см <sup>-3</sup> = $10^6$ м <sup>-3</sup>
Теплота (количество теплоты)	1кал = 4,19 Дж
	1ккал = $4,19 \cdot 10^3$ Дж

### Единицы электрических и магнитных величин

Электрический момент диполя	1 = $3,34 \cdot 10^{-30}$ Кл·м
Удельное электрическое сопротивление	1Ом·мм <sup>2</sup> /м = $10^{-6}$ Ом·м
Магнитная индукция	1Гс = $10^{-4}$ Тл
Магнитный поток	1Макс = $10^{-8}$ Вб
Напряженность магнитного поля	$1\mathcal{E} = \frac{10^3}{4} \cdot \frac{А}{м} = 79,6$ А/м

### Единицы световых величин и величин энергетической фотометрии

Освещённость	1фот = $10^4$ лк
--------------	------------------

## Единицы величин ионизирующих излучений

Доза излучения (поглощённая доза излучения)	1рад = 0,01Гр
Мощность дозы излучения (мощность поглощения дозы излучения)	1рад/с = 0,01Гр/с ; 1рад/ч = 2,78·10 <sup>-6</sup> Гр/с
Экспозиционная доза рентгеновского и гамма-излучения	1Р = 2,58·10 <sup>-4</sup> Кд/кг
Мощность экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучений	1Р/с = 2,58·10 <sup>-4</sup> А/кг 1Р/мин=4,30·10 <sup>-6</sup> А/кг 1Р/ч=7,17·10 <sup>-8</sup> А/кг
Активность нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа)	1рас/с =1Бк 1Ки = 3,70·10 <sup>10</sup> Бк
Плотность потока ионизирующих частиц	1част/(с·м <sup>2</sup> ) = 1с <sup>-1</sup> м <sup>-2</sup>

## II. ТАБЛИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

### Некоторые астрономические величины

Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
То же, до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м
Период вращения Луны вокруг Земли	27,3сут = $2,36 \cdot 10^6$ с

Плотность твёрдых тел и жидкостей ( $\text{Мг/м}^3$ , или  $\text{г/см}^3$ ).

#### Твёрдые тела

Алюминий	2,70
Висмут	9,80
Вольфрам	19,3
Железо (чугун, сталь)	7,87
Золото	19,3
Каменная соль	2,20
Латунь	8,55
Марганец	7,40
Медь	8,93
Никель	8,80
Платина	21,4
Свинец	11,3
Серебро	10,5
Уран	18,7

#### Жидкости (при $15^{\circ}\text{C}$ )

Вода (дистиллированная при $4^{\circ}\text{C}$ )	1,00
Глицерин	1,26
Керосин	0,80
Масло (оливковое, смазочное)	0,90
Масло касторовое	0,96
Ртуть	13,6
Серовуглерод	1,26
Спирт	0,80
Эфир	0,70

Плотность газов при нормальных условиях (кг/м<sup>3</sup>)

Азот	1,25
Аргон	1,78
Водород	0,09
Воздух	1,29
Гелий	0,18
Кислород	1,43

Упругие постоянные твёрдых тел (округлённые значения)

Вещество	Модуль Юнга В, ГПа	Модуль сдвига, ГПа
алюминий	69	24
вольфрам	380	140
железо (сталь)	200	76
медь	98	44
серебро	74	27

Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр, нм	Динамическая вязкость, мкПа/с	Теплопроводность, мВт/(м·К)
азот	0,38	16,6	24,3
аргон	0,35	21,5	16,2
водород	0,28	8,66	168
воздух	0,27	17,2	24,1
гелий	0,22	18,9	142
кислород	0,36	19,8	24,4
пары воды	0,30	8,32	15,8

Критические параметры и поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	Критическая температура, К	Критическое давление, Па	Поправки Ван-дер-Ваальса	
			a, Па·м <sup>6</sup> /моль <sup>2</sup>	b, 10 <sup>5</sup> м <sup>3</sup> /моль
азот	126	3,39	0,135	3,86
аргон	151	4,86	0,134	3,22
водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
кислород	155	5,08	0,136	3,17
неон	44,4	2,72	0,209	1,70
углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
хлор	417	7,71	0,650	5,62

Динамическая вязкость жидкостей при 20<sup>0</sup>С (мПа·с)

Вода	1,00
Глицерин	1480
Масло касторовое	987
Масло машинное	100
Ртуть	1,58

Поверхностное натяжение жидкости при 20<sup>0</sup>С (мН/м)

Вода	73
Глицерин	62
Мыльная вода	40
Ртуть	500
Спирт	22

Скорость звука (м/с)

Вода	1450
Воздух (сухой при н.у.)	332

Диэлектрическая проницаемость

Вода	81
Масло (трансформаторное)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

Удельное сопротивление и температурный коэффициент проводников

Вещество	Удельное сопротивление (при 20 <sup>0</sup> С), нОм·м	Температурный коэффициент, °С <sup>-1</sup>
алюминий	26	3,6·10 <sup>-3</sup>
графит	3,9·10 <sup>3</sup>	-8,0·10 <sup>-3</sup>
железо	98	6,2·10 <sup>-3</sup>
медь	17	4,2·10 <sup>-3</sup>

Показатель преломления

Алмаз	2,42
Вода	1,33
Масло коричное	1,60
Сероуглерод	1,63
Стекло	1,50

Примечание. Показатели преломления стекла зависят от сорта стекла и длины волны проходящего через него излучения. Поэтому приведённое здесь значение показателя преломления следует рассматривать как условное и использовать его только в том случае, когда он не указан в условии задачи.

Работа выхода электронов из металла

Металл	$A, \text{эВ}$	$A, 10^{-19} \text{Дж}$
калий	2,2	3,5
литий	2,3	3,7
натрий	2,5	4,0
платина	6,3	10,1
серебро	4,7	7,5
цинк	4,0	6,4

Элементы периодической системы.

$A$  – относительная атомная масса химического элемента  
(округлённые значения)

Порядковый номер	Элемент	Символ	$A$
1	Водород	<i>H</i>	1,01
2	Гелий	<i>He</i>	4,00
3	Литий	<i>Li</i>	6,94
4	Бериллий	<i>Be</i>	9,01
5	Бор	<i>B</i>	10,8
6	Углерод	<i>C</i>	12,0
7	Азот	<i>N</i>	14,0
8	Кислород	<i>O</i>	16,0
9	Фтор	<i>F</i>	19,0
10	Неон	<i>Ne</i>	20,2
11	Натрий	<i>Na</i>	23,0
12	Магний	<i>Mg</i>	24,4
13	Алюминий	<i>Al</i>	27,0
14	Кремний	<i>Si</i>	28,1
15	Фосфор	<i>P</i>	31,0
16	Сера	<i>S</i>	32,1
17	Хлор	<i>Cl</i>	35,5
18	Аргон	<i>Ar</i>	40,0

Номер	Элемент	Символ	A
19	Калий	<i>K</i>	39,1
20	Кальций	<i>Ca</i>	40,1
21	Скандий	<i>Sc</i>	45,0
22	Титан	<i>Ti</i>	47,9
23	Ванадий	<i>V</i>	51,0
24	Хром	<i>Cr</i>	52,0
25	Марганец	<i>Mn</i>	54,9
26	Железо	<i>Fe</i>	55,9
27	Кобальт	<i>Co</i>	58,9
28	Никель	<i>Ni</i>	58,7
29	Медь	<i>Cu</i>	63,5
30	Цинк	<i>Zn</i>	65,4
31	Галлий	<i>Ga</i>	69,7
32	Германий	<i>Ge</i>	72,6
33	Мышьяк	<i>As</i>	74,9
34	Селен	<i>Se</i>	79,0
35	Бром	<i>Br</i>	79,9
36	Криптон	<i>Kr</i>	83,8
37	Рубидий	<i>Rb</i>	85,5
38	Стронций	<i>Sr</i>	87,6
39	Иттрий	<i>Y</i>	88,9
40	Цирконий	<i>Zr</i>	91,2
41	Ниобий	<i>Nb</i>	92,9
42	Молибден	<i>Mo</i>	96,0
43	Технеций	<i>Tc</i>	99,0
44	Рутений	<i>Ru</i>	101
45	Родий	<i>Rh</i>	103
46	Палладий	<i>Pd</i>	106
47	Серебро	<i>Ag</i>	108
48	Кадмий	<i>Cd</i>	112
49	Индий	<i>In</i>	115
50	Олово	<i>Sn</i>	119
51	Сурьма	<i>Sb</i>	122
52	Теллур	<i>Te</i>	128
53	Йод	<i>I</i>	127
54	Ксенон	<i>Xe</i>	131
55	Цезий	<i>Cs</i>	133
56	Барий	<i>Ba</i>	137
57	Лантан	<i>La</i>	139
58	Церий	<i>Ce</i>	140
59	Празеодим	<i>Pr</i>	141
60	Неодим	<i>Nd</i>	144
61	Прометий	<i>Pm</i>	145

Номер	Элемент	Символ	A
62.	Самарий	<i>Sm</i>	150
63.	Европий	<i>Eu</i>	152
64.	Гадолиний	<i>Gd</i>	157
65.	Тербий	<i>Tb</i>	159
66.	Диспрозий	<i>Dy</i>	163
67.	Гольмий	<i>Ho</i>	165
68.	Эрбий	<i>Er</i>	167
69.	Тулий	<i>Tm</i>	169
70.	Иттербий	<i>Yb</i>	173
71.	Лютеций	<i>Lu</i>	175
72.	Гафний	<i>Hf</i>	178
73.	Тантал	<i>Ta</i>	181
74.	Вольфрам	<i>W</i>	184
75.	Рений	<i>Re</i>	186
76.	Осмий	<i>Os</i>	190
77.	Иридий	<i>Ir</i>	192
78.	Платина	<i>Pt</i>	195
79.	Золото	<i>Au</i>	197
80.	Ртуть	<i>Hg</i>	201
81.	Таллий	<i>Tl</i>	204
82.	Свинец	<i>Pb</i>	207
83.	Висмут	<i>Bi</i>	209
84.	Полоний	<i>Po</i>	210
85.	Астат	<i>At</i>	210
86.	Радон	<i>Rn</i>	222
87.	Франций	<i>Fr</i>	223
88.	Радий	<i>Ra</i>	226
89.	Актиний	<i>Ac</i>	227
90.	Торий	<i>Th</i>	232
91.	Протактиний	<i>Pa</i>	231
92.	Уран	<i>U</i>	238
93.	Нептуний	<i>Np</i>	(237)
94.	Плутоний	<i>Pu</i>	(244)
95.	Америций	<i>Am</i>	(243)
96.	Кюрий	<i>Cm</i>	(247)
97.	Берклий	<i>Bk</i>	(249)
98.	Калифорний	<i>Cf</i>	(249)
99.	Эйнштейний	<i>Es</i>	(254)
100.	Фермий	<i>Fm</i>	(262)

В скобках даны массовые числа наиболее устойчивых изотопов элемента.

Масса нейтральных атомов (а.е.м.)

Элемент (1)	Порядковый номер (2)	Изотоп (3)	Масса (4)
(нейтрон)	0		1,00867
Водород	1		1,00783
			2,01410
			3,01605
Гелий	2		3,01603
			4,00260
Литий	3		6,01513
			7,01601
Бериллий	4		7,01693
			9,01219
			10,01354
Бор	5		9,01333
			10,01294
			11,00931
Углерод	6		10,00168
			12,00000
			13,00335
			14,00324
Азот	7		13,00574
			14,00307
			15,00011
Кислород	8		15,99491
			16,99913
			17,99916
Фтор	9		18,99840
Натрий	11		21,99444
			22,98977
Магний	12		22,99414
Алюминий	13		29,99817
Кремний	14		30,97535
Фосфор	15		30,97376
Калий	19		40,96184
Кальций	20		43,95549
Свинец	82		205,97446
Полоний	84		209,98297

Масса и энергия покоя некоторых элементарных частиц и лёгких ядер

Частица	Масса		Энергия	
	Кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Нейтральный $\pi$ - мезон	$2,14 \cdot 10^{-28}$	0,14526	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
$\alpha$ - частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

Период полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Тип распада	Период полураспада
Актиний ${}_{89}^{225}Ac$		10 сут
Йод ${}_{53}^{131}I$		8 сут
Иридий ${}_{77}^{192}Ir$		75 сут
Кобальт ${}_{27}^{60}Co$		5,3 года
Магний ${}_{12}^{27}Mg$		10 мин
Радий ${}_{88}^{219}Ra$		$10^{-3}$ с
Радий ${}_{88}^{219}Ra$		$1,62 \cdot 10^3$ лет
Радон ${}_{86}^{222}Rn$		3,8 сут
Стронций ${}_{38}^{90}Sr$		28 лет
Торий ${}_{90}^{229}Th$		$7 \cdot 10^3$ лет
Уран ${}_{92}^{238}U$		$4,5 \cdot 10^9$ лет
Фосфор ${}_{15}^{32}P$		14,3 сут
Натрий ${}_{11}^{22}Na$		2,6 года